



Katedra Teorii
Struktury Jądra Atomowego

IFT UW

"Rzutowanie na określony moment pędu
- teoria i zastosowanie do opisu stanów
krańcowych i pasm rotacyjnych."

Honorata Zduńczuk-Szwajgier

we współpracy z

W. Satułą oraz J. Dobaczewskim



Katedra Teorii
Struktury Jądra Atomowego

IFT UW

Plan

1. Wstęp
 - * Spontaniczne łamanie symetrii (SSB)
2. Rzutowanie po wariacji jako metoda przywracania spontanicznie naruszonych symetrii
 - * krótki rys teoretyczny
2. Zastosowania
 - * pasmo rotacyjne w jądrze ^{156}Gd
 - * pasmo rotacyjne w jądrze ^{46}Ti
4. Stany krańcowe – dwa oblicza łamania symetrii
 - * destruktywne w stanach $I_{\text{max}} - 1$
 - * konstruktywne w stanach $I_{\text{max}} - 2$
5. Podsumowanie i otwarte problemy
 - * bieguny



Funkcjonał gęstości energii

Katedra Teorii
Struktury Jądra Atomowego

IFT UW

$$\begin{aligned}
 v(1, 2) = & t_0(1 + x_0 \hat{P}_\sigma) \delta(\mathbf{r}_{12}) \\
 & + \frac{1}{2} t_1(1 + x_1 \hat{P}_\sigma) \left(\hat{\mathbf{k}}'^2 \delta(\mathbf{r}_{12}) + \delta(\mathbf{r}_{12}) \hat{\mathbf{k}}^2 \right) \\
 & + t_2(1 + x_2 \hat{P}_\sigma) \hat{\mathbf{k}}' \delta(\mathbf{r}_{12}) \hat{\mathbf{k}} \\
 & + \frac{1}{6} t_3(1 + x_3 \hat{P}_\sigma) \rho_0^\gamma(\mathbf{R}) \delta(\mathbf{r}_{12}) \\
 & + iW_0(\boldsymbol{\sigma}_1 + \boldsymbol{\sigma}_2) \left(\hat{\mathbf{k}}' \times \delta(\mathbf{r}_{12}) \hat{\mathbf{k}} \right),
 \end{aligned}$$

$$\mathbf{r}_{12} = \mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2; \quad \mathbf{R} = (\mathbf{r}_1 + \mathbf{r}_2)/2;$$

$$\hat{\mathbf{k}} = \frac{1}{2i} (\nabla_1 - \nabla_2) \quad \hat{\mathbf{k}}' = -\frac{1}{2i} (\nabla_1 - \nabla_2)$$

pędy względne

$$\hat{P}_\sigma = \frac{1}{2} (1 + \boldsymbol{\sigma}_1 \boldsymbol{\sigma}_2)$$

wymiana spinowa

Funkcjonał inspirowany oddziaływaniem Skyrme'a

$$\langle \Phi_{SL} | V(1, 2) | \Phi_{SL} \rangle$$

wyznacznik Slatera
(stany jednocząstkowe
HF)

$$\mathcal{E}^{Skyrme} = \sum_{t=0,1} \int d^3 \mathbf{r} \left[\mathcal{H}_t^{(TE)}(\mathbf{r}) + \mathcal{H}_t^{(TO)}(\mathbf{r}) \right]$$

lokalny funkcyjonał
gęstości

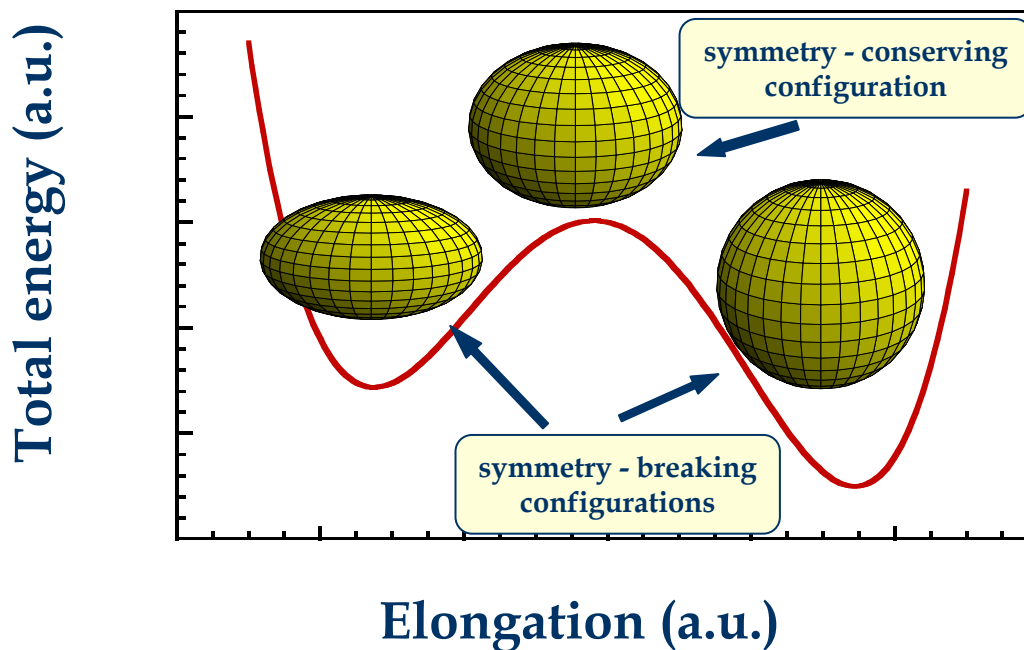
$$\mathcal{H}_t^{(TE)}(\mathbf{r}) = C_t^\rho \rho_t^2 + C_t^{\Delta\rho} \rho_t \Delta \rho_t + C_t^\tau \rho_t \tau_t + C_t^{J \leftrightarrow J} J_t^2 + C_t^{\nabla J} \rho_t \nabla \cdot \mathbf{J}_t,$$

$$\mathcal{H}_t^{(TO)}(\mathbf{r}) = C_t^s \mathbf{s}_t^2 + C_t^{\Delta s} \mathbf{s}_t \Delta \mathbf{s}_t + C_t^T \mathbf{s}_t \cdot \mathbf{T}_t + C_t^j \mathbf{j}_t^2 + C_t^{\nabla j} \mathbf{s}_t \cdot (\nabla \times \mathbf{j}_t)$$

$$C_t^j = -C_t^\tau, \quad C_t^J = -C_t^T, \quad C_t^{\nabla j} = C_t^{\nabla J}$$



Spontaniczne łamanie symetrii (SSB)



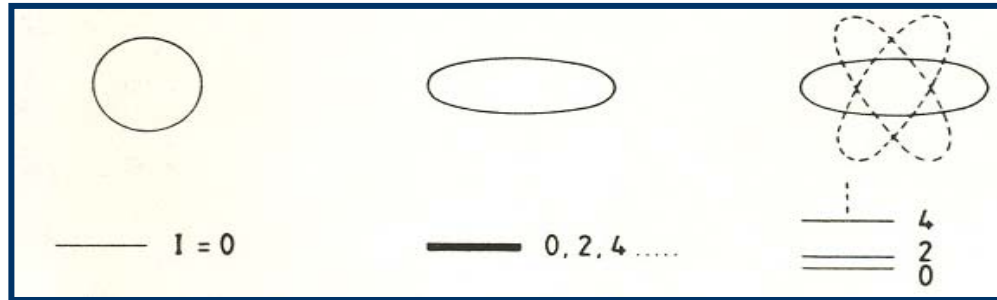
$$\hat{R}(\Omega)|\Phi_{SL}\rangle \neq |\Phi_{SL}\rangle$$

wyznacznik Slatera

$$|\Phi_{SL}\rangle = \frac{1}{\sqrt{A!}}$$

$$\begin{vmatrix} \varphi_1(\vec{x}_1) & \varphi_1(\vec{x}_2) & \dots & \varphi_1(\vec{x}_A) \\ \varphi_2(\vec{x}_1) & \varphi_2(\vec{x}_2) & \dots & \varphi_2(\vec{x}_A) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \varphi_A(\vec{x}_1) & \varphi_A(\vec{x}_2) & \dots & \varphi_A(\vec{x}_A) \end{vmatrix}$$

Przywracanie naruszonej symetrii



- rzutowanie po wariacji (ang. *projection after variation* PAV)

$$\delta \frac{\langle \Phi | \hat{H} | \Phi \rangle}{\langle \Phi | \Phi \rangle} = 0 \quad |\Phi\rangle$$

$$|\Psi_I\rangle = \hat{P}^I |\Phi\rangle$$

- rzutowanie przed wariacją (ang. *variation before projection* VAP)

$$\delta \frac{\langle \Psi^I | \hat{H} | \Psi^I \rangle}{\langle \Psi^I | \Psi^I \rangle}$$



Rzutowanie po wariacji na określony moment pędu (AMP)

$$|IMK\rangle = \hat{P}_{MK}^I |\Phi\rangle$$

operator obrotu

$$\hat{R}(\Omega) = \hat{R}_z(\alpha) \hat{R}_y(\beta) \hat{R}_z(\gamma) \equiv e^{-i\alpha\hat{I}_z} e^{-i\beta\hat{I}_y} e^{-i\gamma\hat{I}_z}$$

$$\Omega = (\alpha, \beta, \gamma) = ((0, 2\pi), (0, \pi), (0, 2\pi))$$

$$\hat{P}_{MK}^I = \frac{2I + 1}{8\pi^2} \int d\Omega D_{MK}^{I*}(\Omega) \hat{R}(\Omega)$$

operator rzutowania

funkcja Wignera

$$\left(\begin{array}{l} \hat{P}_{MK}^I \hat{P}_{M'K'}^{I'} = \delta_{II'} \delta_{M'K'} \hat{P}_{MK}^I; \\ (\hat{P}_{MK}^I)^+ = \hat{P}_{KM}^I \\ (\hat{P}_{MK}^I)^2 \neq \hat{P}_{MK}^I \end{array} \right)$$

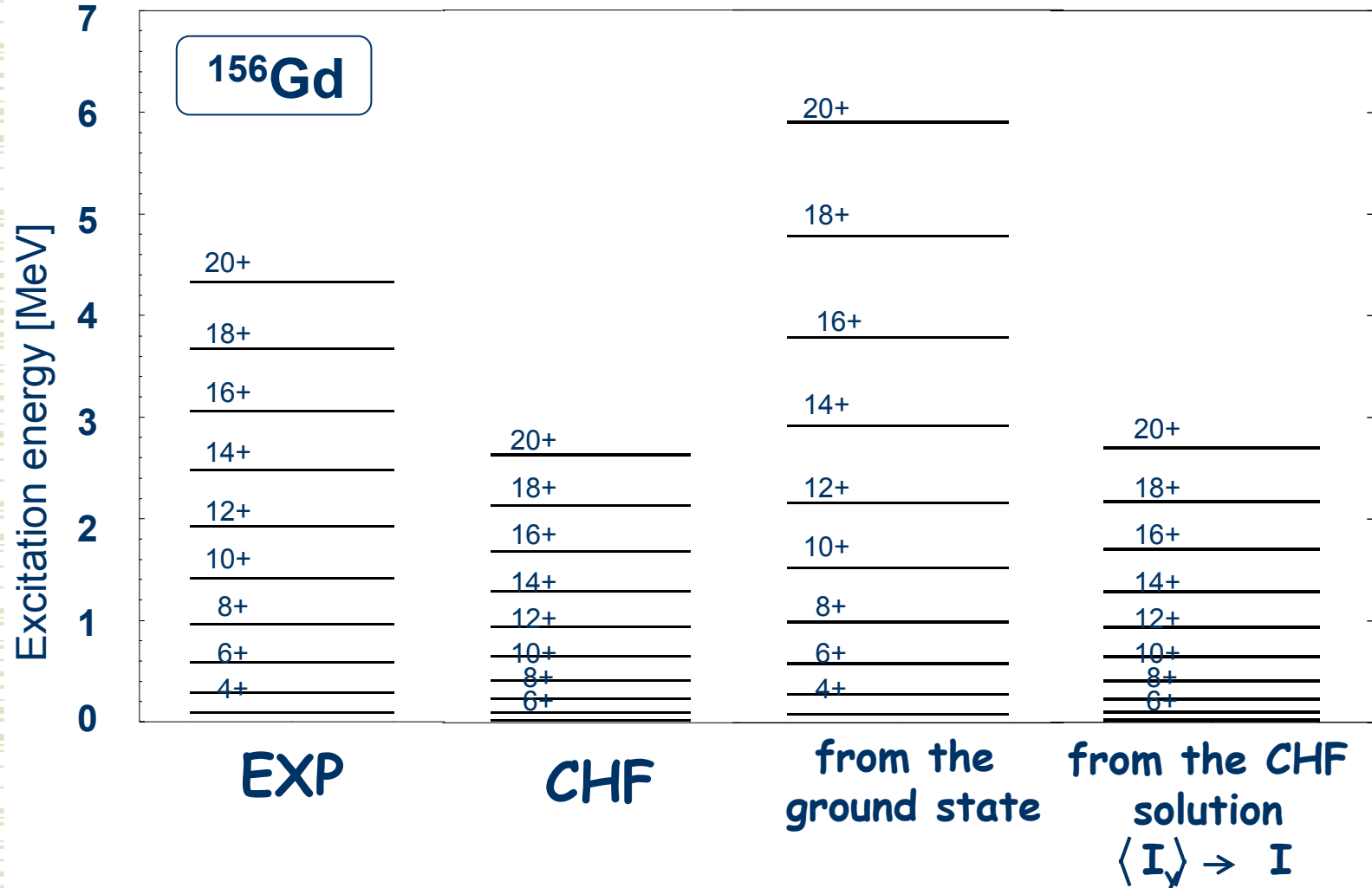
mieszanie K:

stany własne

$$|IM\rangle^{(i)} = \sum_K g_K^{(i)} |IMK\rangle \equiv \sum_K g_K^{(i)} \hat{P}_{MK}^I |\Phi\rangle$$

Zastosowania

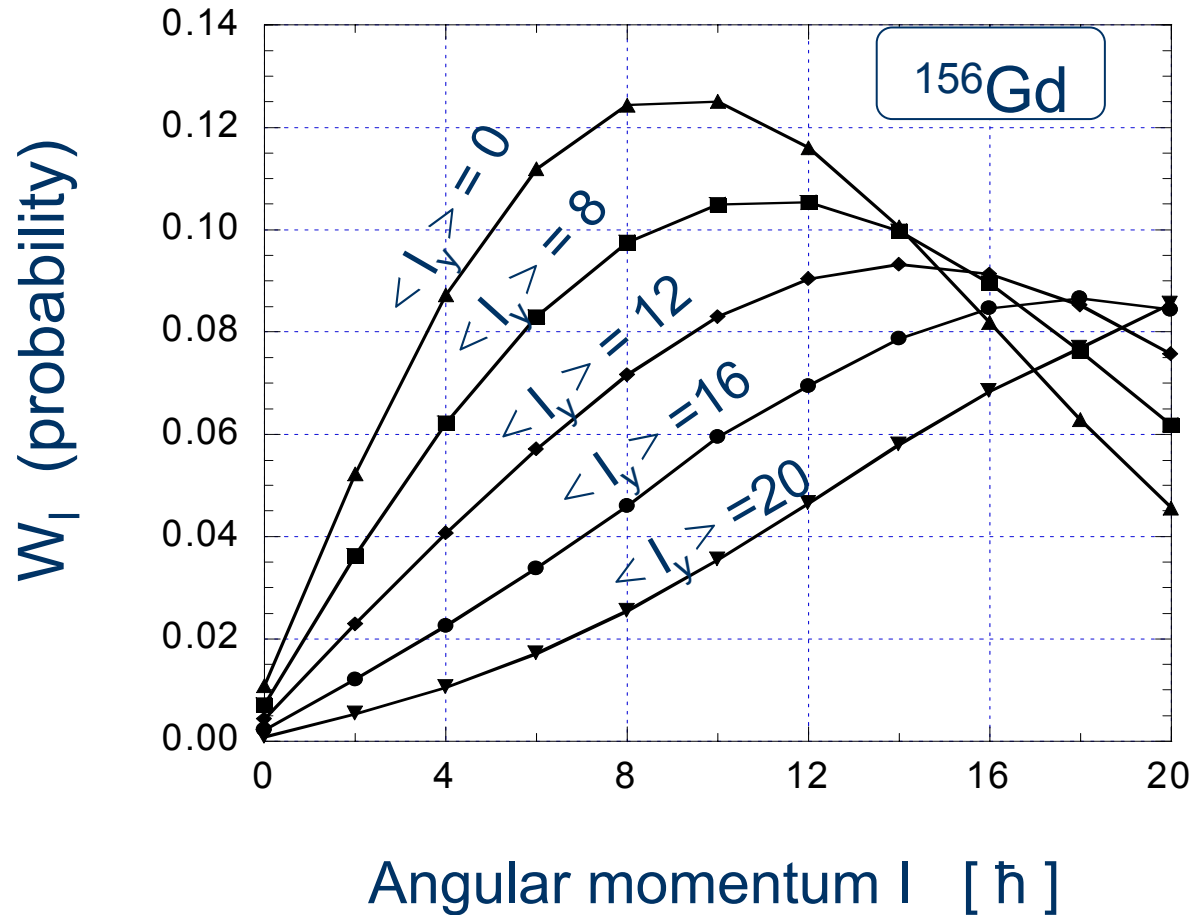
Pasma rotacyjne w jądrze ^{156}Gd





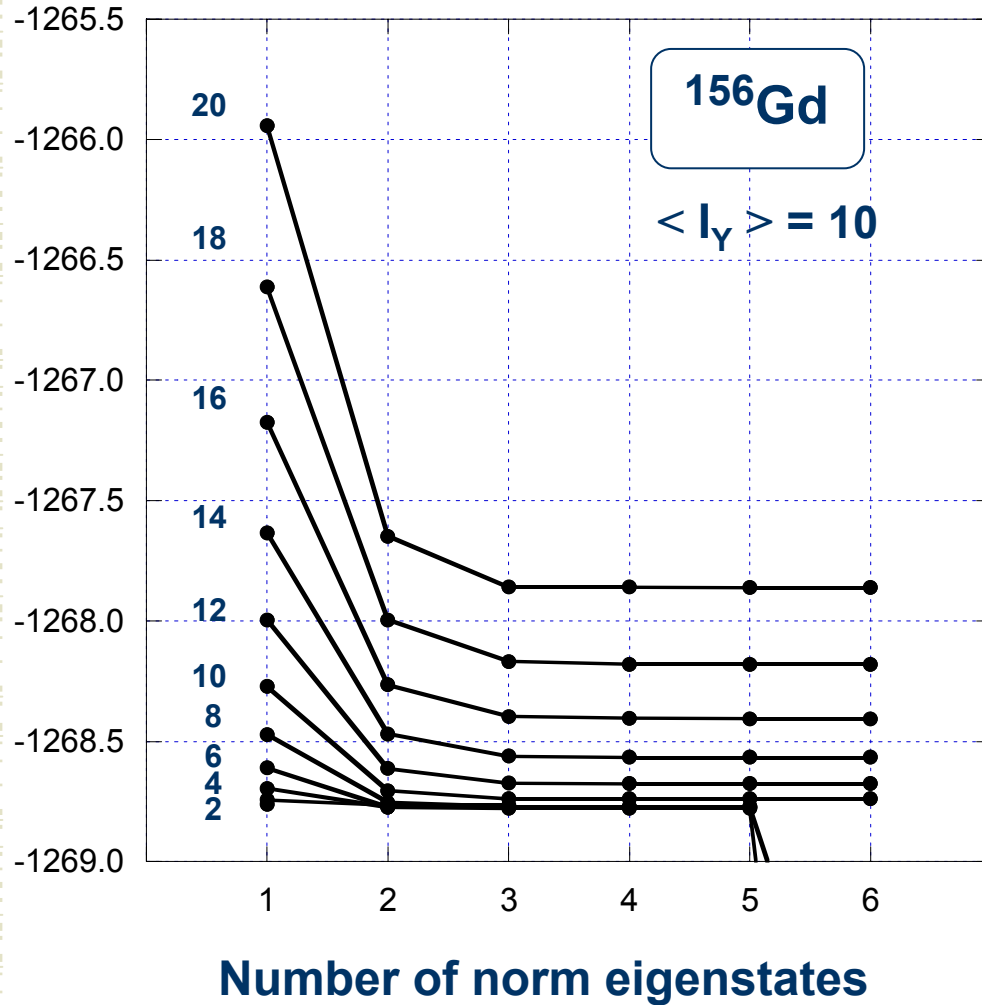
Rozkład prawdopodobieństwa w ^{156}Gd

$$W_I = \sum_K \langle \Phi_{I_y} | \hat{P}_{KK}^I | \Phi_{I_y} \rangle$$



Mieszanie K

Energy [MeV]



mieszanie K:

$$|IM\rangle^{(i)} = \sum_K g_K^{(i)} |IMK\rangle \equiv \sum_K g_K^{(i)} \hat{P}_{MK}^I |\Phi\rangle$$

$$|IMK\rangle = \hat{P}_{MK}^I |\Phi\rangle$$

równanie Hilla-Wheelera:

$$\mathcal{H} \bar{g}^{(i)} = E_{(i)} \bar{g}^{(i)}$$



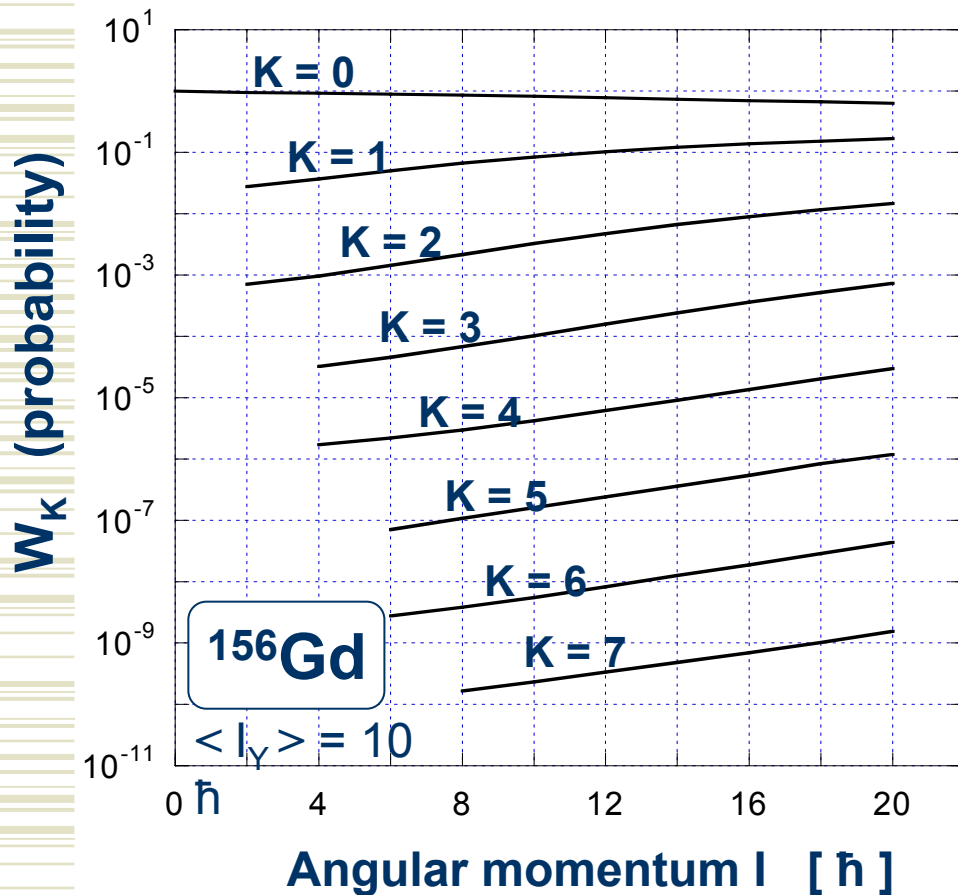
nadzupełność:

$$|mIM\rangle = \frac{1}{\sqrt{n_m}} \sum_K \eta_K^{(m)} |IMK\rangle$$

$$\mathcal{N} \bar{\eta} = n \bar{\eta}$$

Rozkład prawdopodobieństwa rzutów K

$$W_K = \langle \Phi_{I_y} | \hat{P}_{KK}^I | \Phi_{I_y} \rangle / W_I$$



- stany o $K = 0$ dają największy wkład
- prawdopodobieństwo W_I wzrasta z I (wzrost mieszania Coriolisa)
- wszystkie składowe K

$$\langle I_y \rangle = 0$$

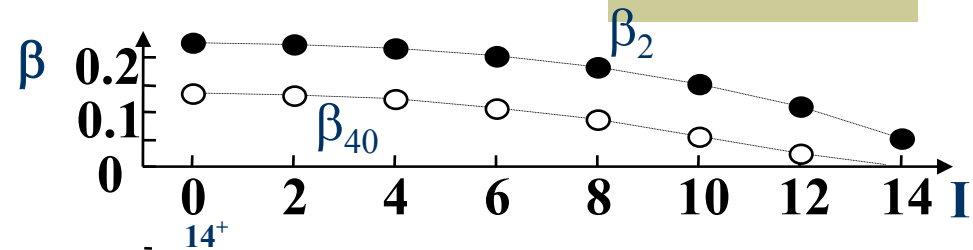
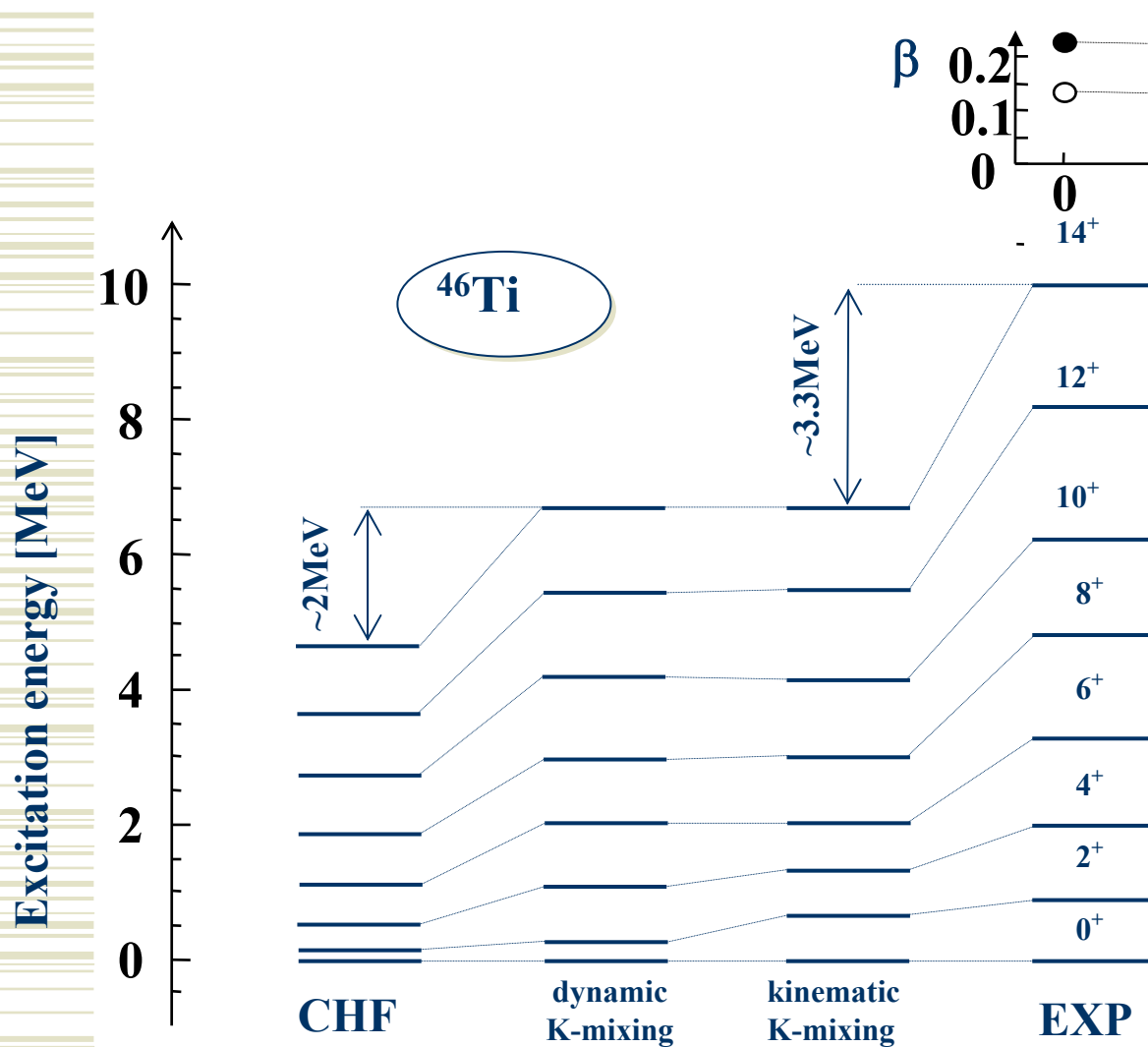


tylko parzyste składowe K się pojawiają



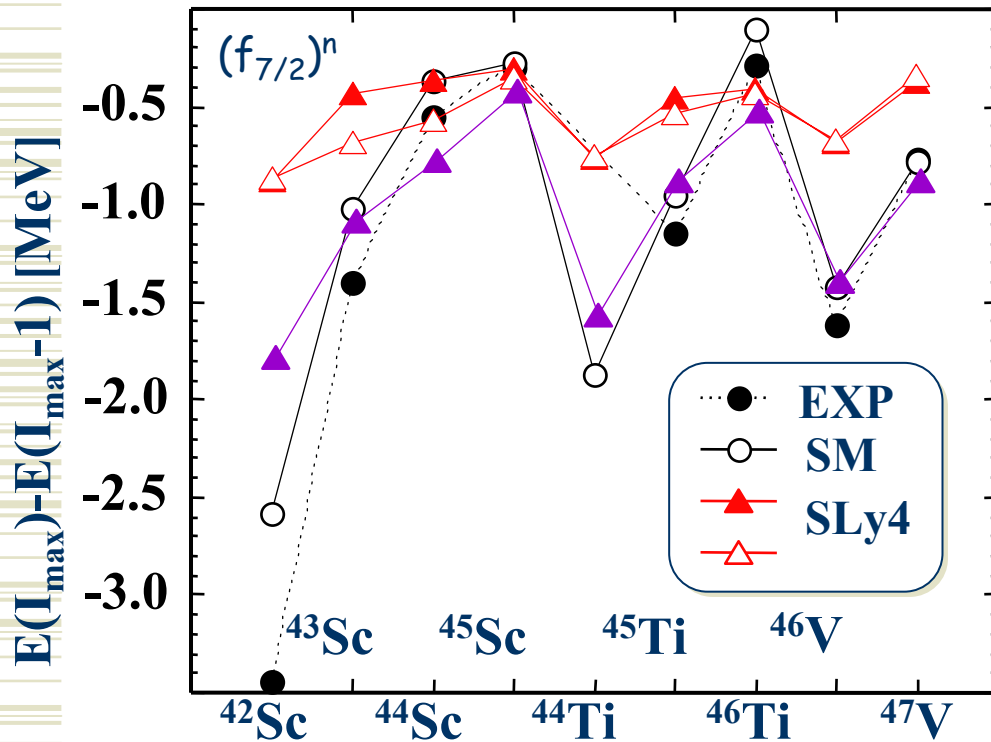
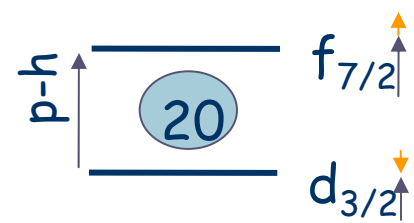
redukcja mieszania K (Coriolisa)

Pasmo rotacyjne w ^{46}Ti

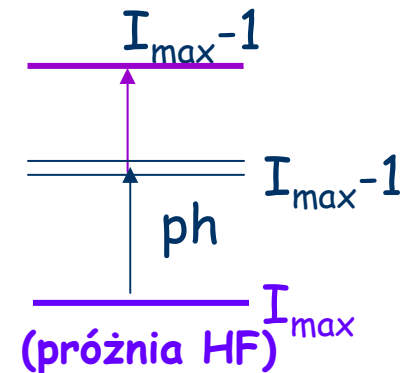


H. Zduńczuk, W. Satuła,
 J. Dobaczewski, M. Kosmulski
 Int. J. Mod. Phys. E16, 377, (2007)
 Phys. Rev. C76, 044304, (2007)

Naruszenie symetrii rotacyjnej - stany krańcowe $I_{\max}-1$ (o niefaworyzowanej sygnaturze)



Analityczne przybliżone przywrócenie naruszonej symetrii



HF + „rzutowanie”

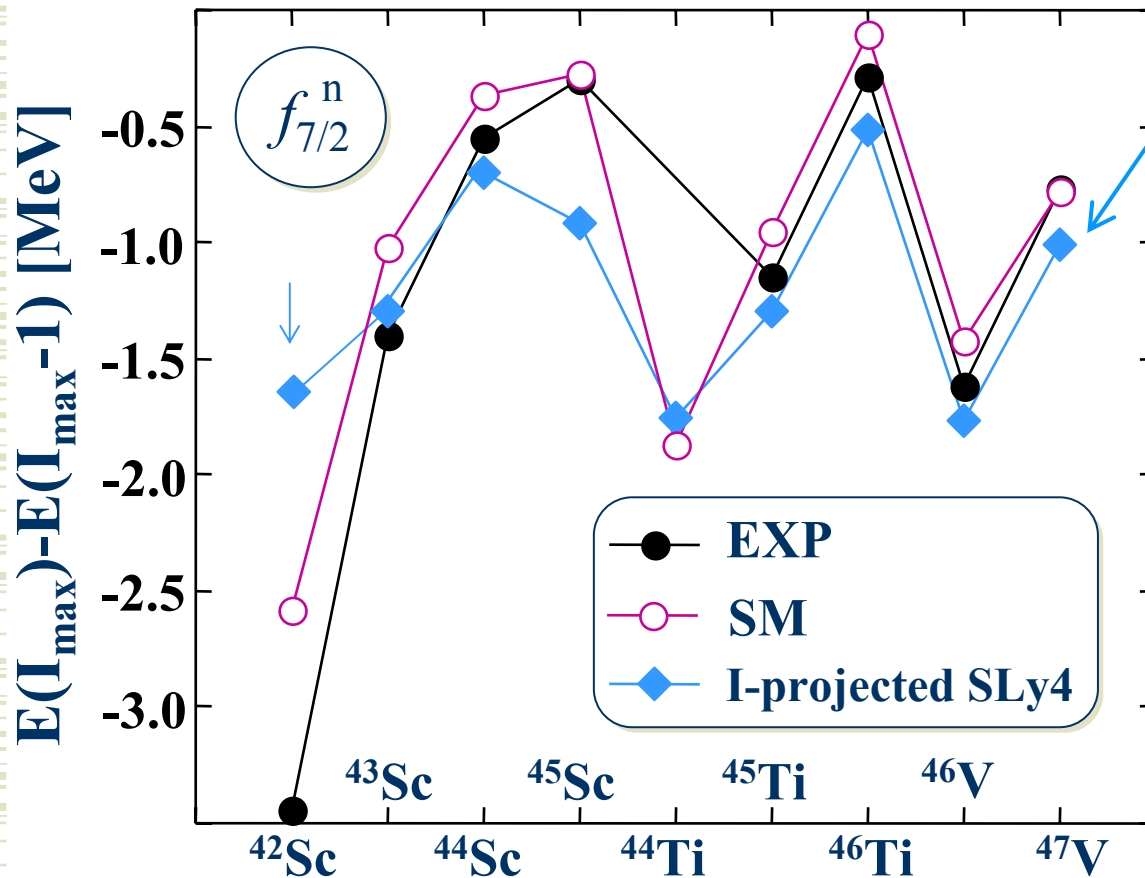
$$|\pi(\nu)\rangle = a |I_{\max}; I_{\max}-1\rangle + b |I_{\max}-1; I_{\max}-1\rangle$$

M.Zalewski, W.Satula,
W.Nazarewicz, G.Stoicheva, H.Zduńczuk,
Phys. Rev. C75, 054306 (2007)

Ścisłe rzutowanie ($I \rightarrow I$) po wariacji



Stany $I_{\max}-1$ - „destruktywne” działanie SSB



Średnia z:

$$P_{I_{\max}-1} |\phi_{\pi}\rangle$$

$$P_{I_{\max}-1} |\phi_{\nu}\rangle$$

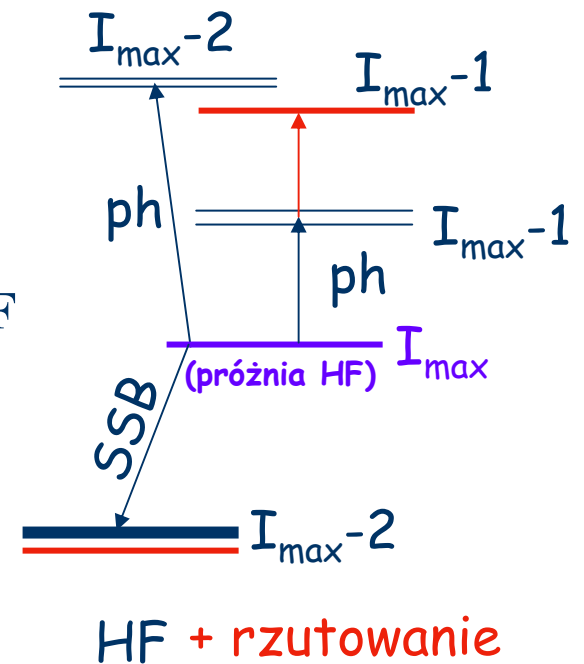
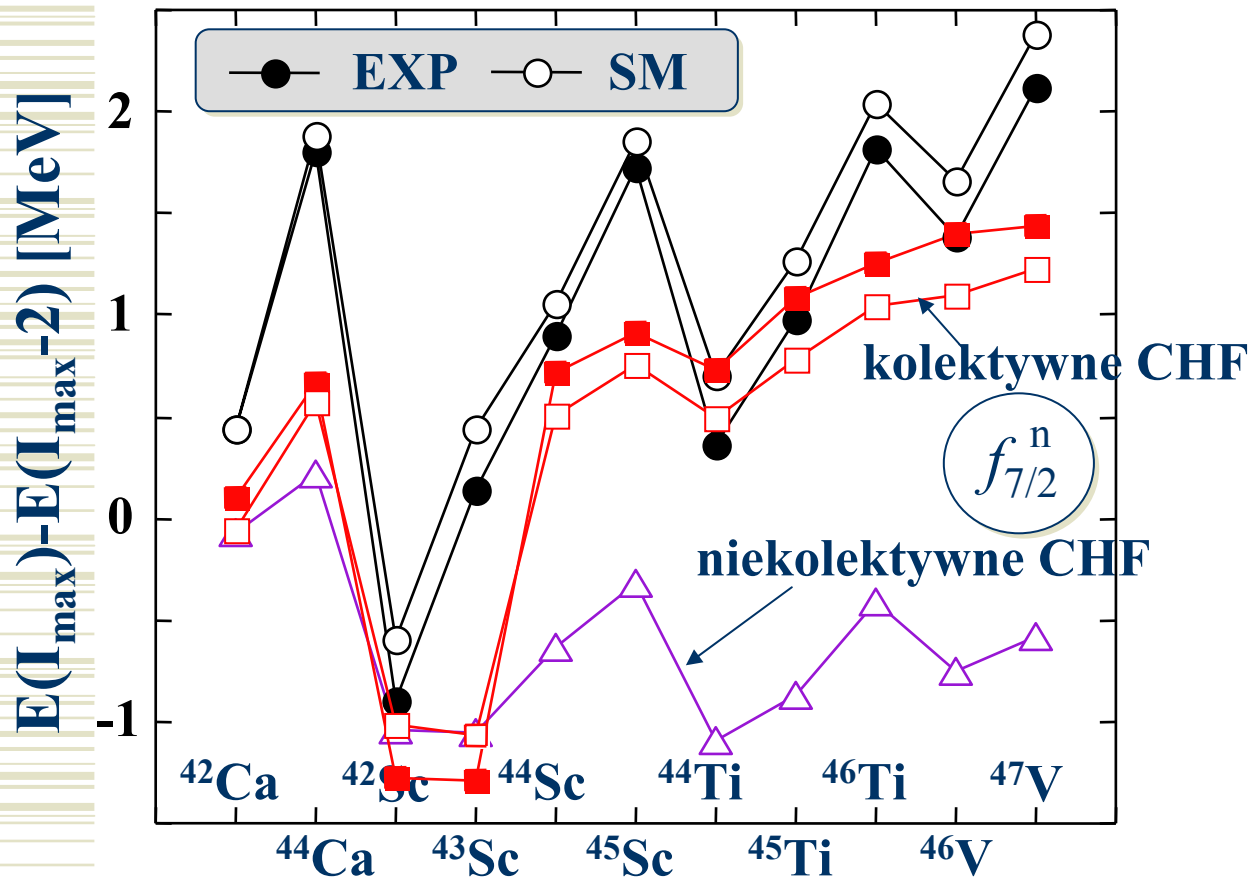
Rozwiązania modelu „cranking” H-w_{xy}:

$$\langle I_y \rangle = I_{\max-1}$$

H.Zduńczuk, W.Satuła,
J.Dobaczewski, M.Kosmulski
Phys. Rev. C **76**, 044304, (2007)

ZASTOSOWANIE DO STANÓW I_{\max}^{-2}

☺ Kolektywność stanów I_{\max}^{-2} - „konstruktywna” rola SSB



H.Zduńczuk, W.Satuła,
J.Dobaczewski, M.Kosmulski
Phys. Rev. C76, 044304, (2007)



Katedra Teorii
Struktury Jądra Atomowego

IFT UW

Podsumowanie — otwarte problemy

- ☺ rzutowanie na określony moment pędu ze stanów wysokospinowych generowanych przy pomocy przybliżenia cranking
 - **unikalny projekt**
- ☺ schemat rzutowania $I \rightarrow I$
 - **najefektywniejszy**
- ☺ zastosowanie AMP:
 - do jądra o stabilnej zdeformacji - ^{156}Gd
 - $\langle I_y \rangle = 0 \rightarrow$ **mały moment bezwładności**
 - **potwierdza poprawność rzutowania $I \rightarrow I$**
 - **rozbieżność z exp. wynikiem braku uwzględnienia korelacji par**
 - dla jądra ^{46}Ti (zmiana kształtu wzdłuż pasma)
 - do stanów w okolicy stanów krańcowych, $A \sim 44$
 - $I_{\max}, I_{\max} - 1$ - **zadowalająca zgodność AMP z eksperymentem**
 - **dramatyczne pogorszenie wyników przy przejściu do stanów $I_{\max} - 2 \rightarrow$ konieczność dodatkowego mieszania konfiguracyjnego (GCM)**

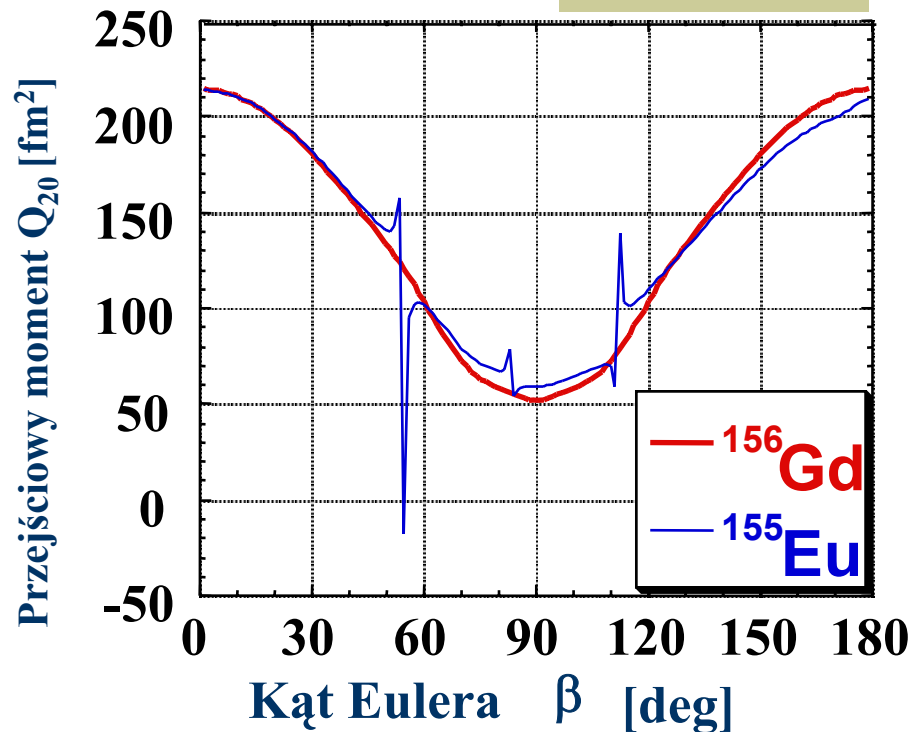
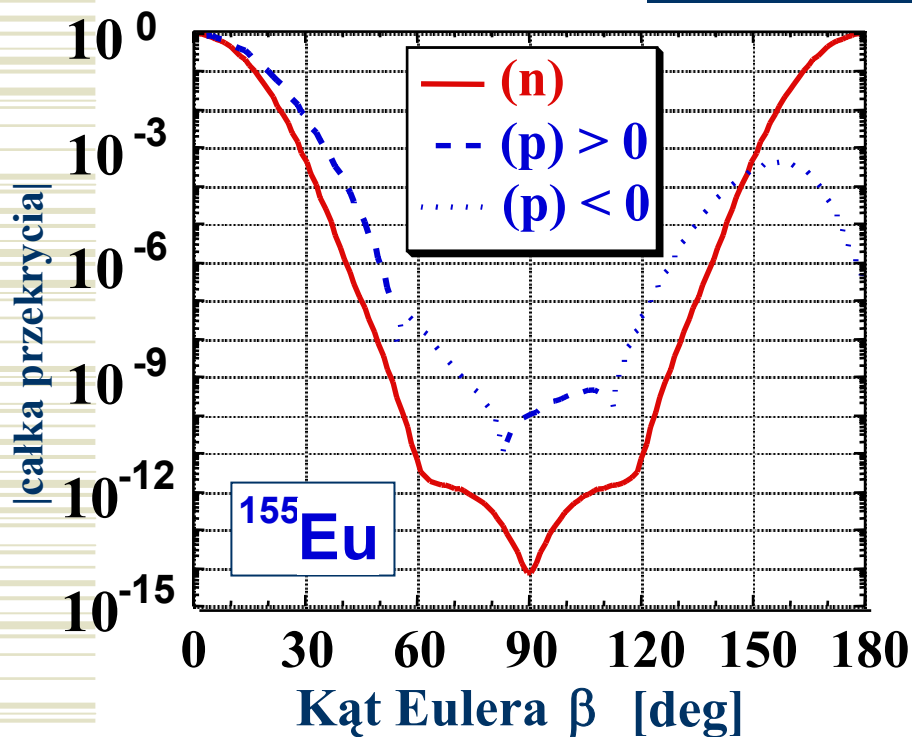
☹ **Problemy**

20 lutego 2008

Honorata Zduńczuk-Szwajgier

15

Bieguny



$$\begin{aligned}
 v(1,2) = & t_0(1 + x_0\hat{P}_\sigma)\delta(\mathbf{r}_{12}) \\
 & + \frac{1}{2}t_1(1 + x_1\hat{P}_\sigma) (\hat{\mathbf{k}}'^2\delta(\mathbf{r}_{12}) + \delta(\mathbf{r}_{12})\hat{\mathbf{k}}^2) \\
 & + t_2(1 + x_2\hat{P}_\sigma)\hat{\mathbf{k}}'\delta(\mathbf{r}_{12})\hat{\mathbf{k}} \\
 & + \frac{1}{6}t_3(1 + x_3\hat{P}_\sigma)\rho_0^2(\mathbf{R})\delta(\mathbf{r}_{12}) \quad \leftarrow \text{wyraz zależny od gęstości} \\
 & + iW_0(\boldsymbol{\sigma}_1 + \boldsymbol{\sigma}_2) (\hat{\mathbf{k}}' \times \delta(\mathbf{r}_{12})\hat{\mathbf{k}}),
 \end{aligned}$$

1/6

H.Zduńczuk, W.Satuła, J.Dobaczewski
 Int. J. Mod. Phys. E16, 377, (2007)



Katedra Teorii
Struktury Jądra Atomowego

IFT UW

Dziękuję za uwagę !

Honorata Zduńczuk - Sz wajgier