Zmieszanie izospinowe stanów wyrzutowanych z wyznaczników Slatera: formalizm i pierwsze zastosowania

M. Rafalski, W. Satuła, J. Dobaczewski

Katedra Teorii Struktury Jąder Atomowych,
Instytut Fizyki Teoretycznej, Uniwersytet Warszawski

Warszawa, 10.XII.2008

Plan

1. Możliwości testowania unitarności macierzy CKM
2. Łamanie symetrii izospinowej
3. Procedura rzutowania na stany o określonym izospinie
4. Zależność wyników od wielkości bazy
5. Zmieszanie izospinowe w jadrach atomowych
6. Podsumowanie

Prezentowana procedura rzutowania na stany o określonym izospinie została zaimplementowana w programie HFODD.

Wszystkie prezentowane rezultaty zostały otrzymane przy pomocy tego programu.

Możliwości testowania unitarności macierzy CKM poprzez superdozwolony rozpad β

Poprawność modelu standardowego jest nierozerwalnie związana z zagadnieniem unitarności macierzy CKM, które w związku z tym jest jednym z intensywnie badanych problemów fizyki cząstek elementarnych. Okazuje się, że również fizyka jądrowa może mieć istotny wkład w rozwiązanie powyższego zagadnienia. Pomiar superdozwolonego rozpadu β Fermiego pomiędzy jądrowymi stanami analogowymi $J^{\pi} = 0^{+}, T = 1$ pozwala na precyzyjne wyznaczenie elementu V_{ud} macierzy Cabibbo-Kobayashi-Maskawy:

$$\begin{pmatrix} d' \\ s' \\ b' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} V_{ud} & V_{us} & V_{ub} \\ V_{cd} & V_{cs} & V_{cb} \\ V_{td} & V_{ts} & V_{tb} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} d \\ s \\ b \end{pmatrix}$$

Wyznaczenie wartości V_{ud} umożliwia testowanie modelu standardowego przez badanie unitarności macierzy CKM w zakresie jej górnego rzędu: polega ono na sprawdzeniu, czy $|V_{ud}|^2 + |V_{us}|^2 + |V_{ub}|^2 = 1$.

[1] J.C. Hardy i I.S. Towner, Phys. Rev. C **71**, 055501 (2005)

Możliwości testowania unitarności macierzy CKM poprzez superdozwolony rozpad β

Badanie superdozwolonego rozpadu β Fermiego pomiędzy stanami $J^\pi = 0^+, T = 1$ w *jądrze matki* i *jądrze córki* dostarcza informacji niezbędnych do wyznaczenia elementu V_{ud} macierzy CKM. Wartość V_{ud} otrzymywana jest ze wzoru:

$$V_{ud}^2 = \frac{K}{G_F^2 ft |M_F|^2},$$

gdzie K jest stałą liczbową: $K = \frac{2\pi^3 \hbar^7 \ln 2}{m_e^5 c^4}$, G_F stałą sprzężenia wektorowego a $|M_F|$ jest elementem macierzowym Fermiego. Gdyby symetria izospinowa była zachowana, to dla rozpatrywanych stanów o $T = 1$ element Fermiego miałby wartość: $|M_F| = |M_0| = \sqrt{2}$. Jednakże, z powodu łamania wspomnianej symetrii w jądrze atomowym, musimy wyznaczyć poprawkę do $|M_F|$:

$$|M_F|^2 = |M_0|^2 (1 - \delta_C).$$

Możliwości testowania unitarności macierzy CKM poprzez superdozwolony rozpad β

Dzięki procedurze przywracania symetrii izobarycznej możemy podjąć się wyznaczenia elementu V_{ud} . Brakujący element macierzowy Fermiego zdefiniowany jest następująco:

$$|M_F| = \langle T_z + 1|\hat{T}_+|T_z\rangle.$$

Dzięki możliwości rzutowania na określony izospin, jesteśmy w stanie wyznaczyć $|M_F|$:

$$\begin{aligned} |T_z + 1\rangle &= \sum_{T' \geq |T_z+1|} a_{T'} |\alpha, T', T_z + 1\rangle \\ |T_z\rangle &= \sum_{T'' \geq |T_z|} \tilde{a}_{T''} |\beta, T'', T_z\rangle \end{aligned}$$

skąd otrzymamy:

$$|M_F| = \sum_{T'T''} a^*_{T'} \tilde{a}_{T''} \langle \alpha, T', T_z + 1|\hat{T}_+|\beta, T'', T_z\rangle$$

Łamanie symetrii izobarycznej

Poznanie mechanizmów łamania symetrii izobarycznej jet niezwykle istotne dla fizyki jądrowej. Między innymi jest niezbędne do zrozumienia superdozwolonego rozpadu β.

Istnieją dwa źródła łamania symetrii izobarycznej:
- *niefizyczne*, związane z procedurą HF
- *fizyczne*, pochodzące głównie od oddziaływania kulombowskiego (oraz, w mniejszym zakresie, od zależności sił silnych od izospinu)

Stan Hartree-Focka ze złamaną symetrią izobaryczną ma postać:

$$|\mathrm{HF}\rangle = \sum_{T \geq |T_z|} a_T |\alpha, T, T_z\rangle$$

Procedura rzutowania na stany o określonym izospinie

$$|\mathrm{HF}\rangle = \sum_{T \geq |T_z|} a_T |\alpha, T, T_z\rangle$$

Operator rzutowy w reprezentacji spektralnej ma postać:

$$\hat{P}^T_{T_z T_z} = \sum_{\alpha} |\alpha, T, T_z\rangle\langle\alpha, T, T_z|$$

Ten sam operator wyrażony przy pomocy operatora obrotu w izoprzestrzeni:

$$\hat{P}^T_{T_z T_z} = \frac{2T+1}{2} \int_0^{\pi} d\beta \sin\beta d^{T*}_{T_z T_z}(\beta) \hat{R}(\beta)$$

Możemy znaleźć energie stanów wyrzutowanych:

$$E^T = \frac{\langle \mathrm{HF}| \hat{P}^{T\dagger}_{T_z T_z} \hat{H} \hat{P}^T_{T_z T_z} |\mathrm{HF}\rangle}{\langle \mathrm{HF}| \hat{P}^{T\dagger}_{T_z T_z} \hat{P}^T_{T_z T_z} |\mathrm{HF}\rangle}$$

Procedura rzutowania na stany o określonym izospinie

Hamiltonian składa się z dwóch części:

$$\hat{H} = \hat{H}_{Skyrme} + \hat{H}_{Coul.}$$

Izospinowo niezmienniczej

Łamiącej izospin

$$E^T_{Skyrme} = \frac{\langle \mathrm{HF}|\hat{H}_{Skyrme}\hat{P}^T_{T_zT_z}|\mathrm{HF}\rangle}{\langle \mathrm{HF}|\hat{P}^T_{T_zT_z}|\mathrm{HF}\rangle}$$

Jeśli zdefiniujemy stan HF obrócony w izoprzestrzeni:

$$|\widetilde{\mathrm{HF}}(\beta)\rangle = \hat{R}(\beta)|\mathrm{HF}\rangle$$

otrzymamy energię Skyrma stanu wyrzutowanego postaci:

$$E^T_{Skyrme} = \frac{\int_0^\pi d\beta \sin\beta\, d^{T*}_{T_zT_z}(\beta)\langle \mathrm{HF}|\hat{H}_{Skyrme}|\widetilde{\mathrm{HF}}(\beta)\rangle}{\int_0^\pi d\beta \sin\beta\, d^{T*}_{T_zT_z}(\beta)\langle \mathrm{HF}|\widetilde{\mathrm{HF}}(\beta)\rangle}$$

Procedura rzutowania na stany o określonym izospinie

$$\hat{H} = \hat{H}_{Skyrme} + \hat{H}_{Coul.}$$

Izospinowo niezmiennicza

Łamiąca izospin

Oddziaływanie kulombowskie składa się z trzech części:

$$\hat{H}_{Coul.} = \hat{H}^{IS}_{Coul.} + \hat{H}^{IV}_{Coul.} + \hat{H}^{IT}_{Coul.}$$

izoskalarnej

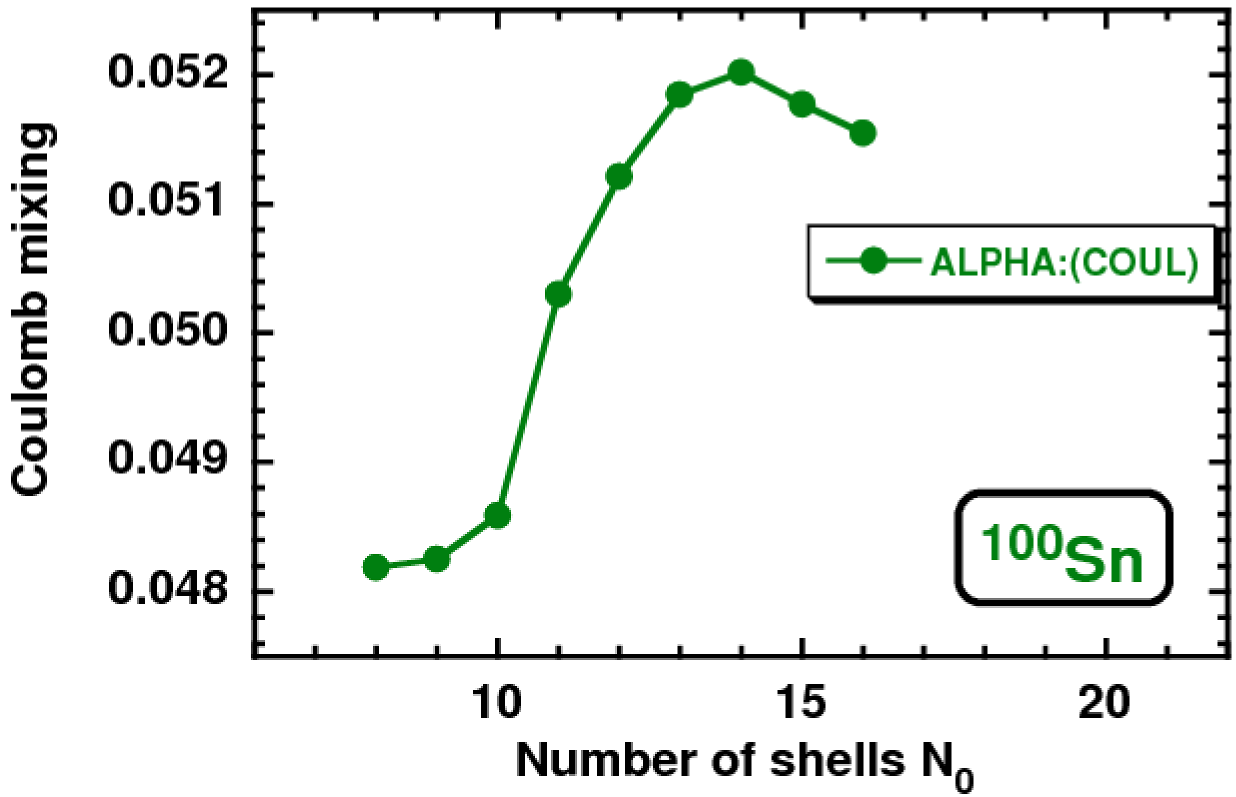
isowektorowej

izotensorowej

Dwa ostatnie człony mieszają stany o róznym izospinie, powodując powstawanie pozadiagonalnych elementów macierzowych hamiltonianu. W związku z tym, aby otrzymać stany własne, musimy przeprowadzić

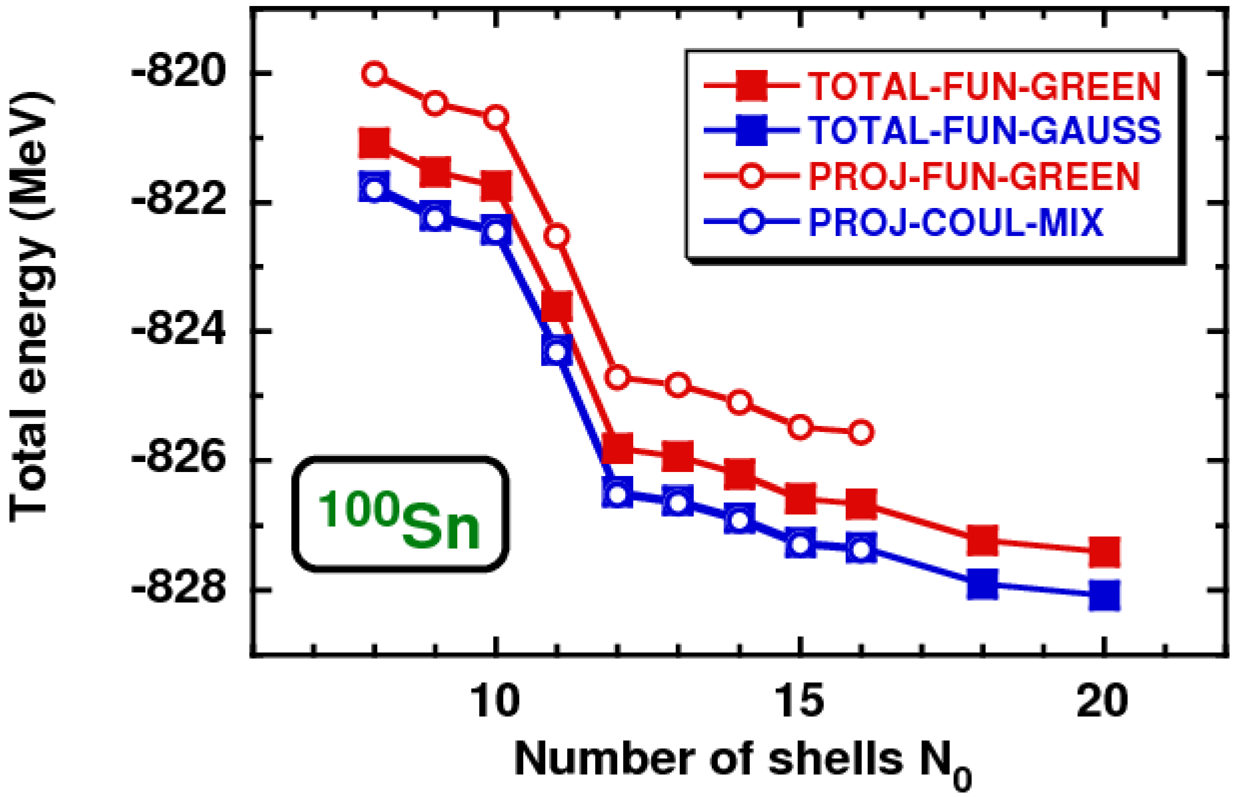
Rediagonalizację !!!

Zależność wyników od rozmiaru bazy



Wybór między precyzją a oszczędnością czasu procesora:
przyjęcie N_0=12 wydaje się być dobrym rozwiązaniem

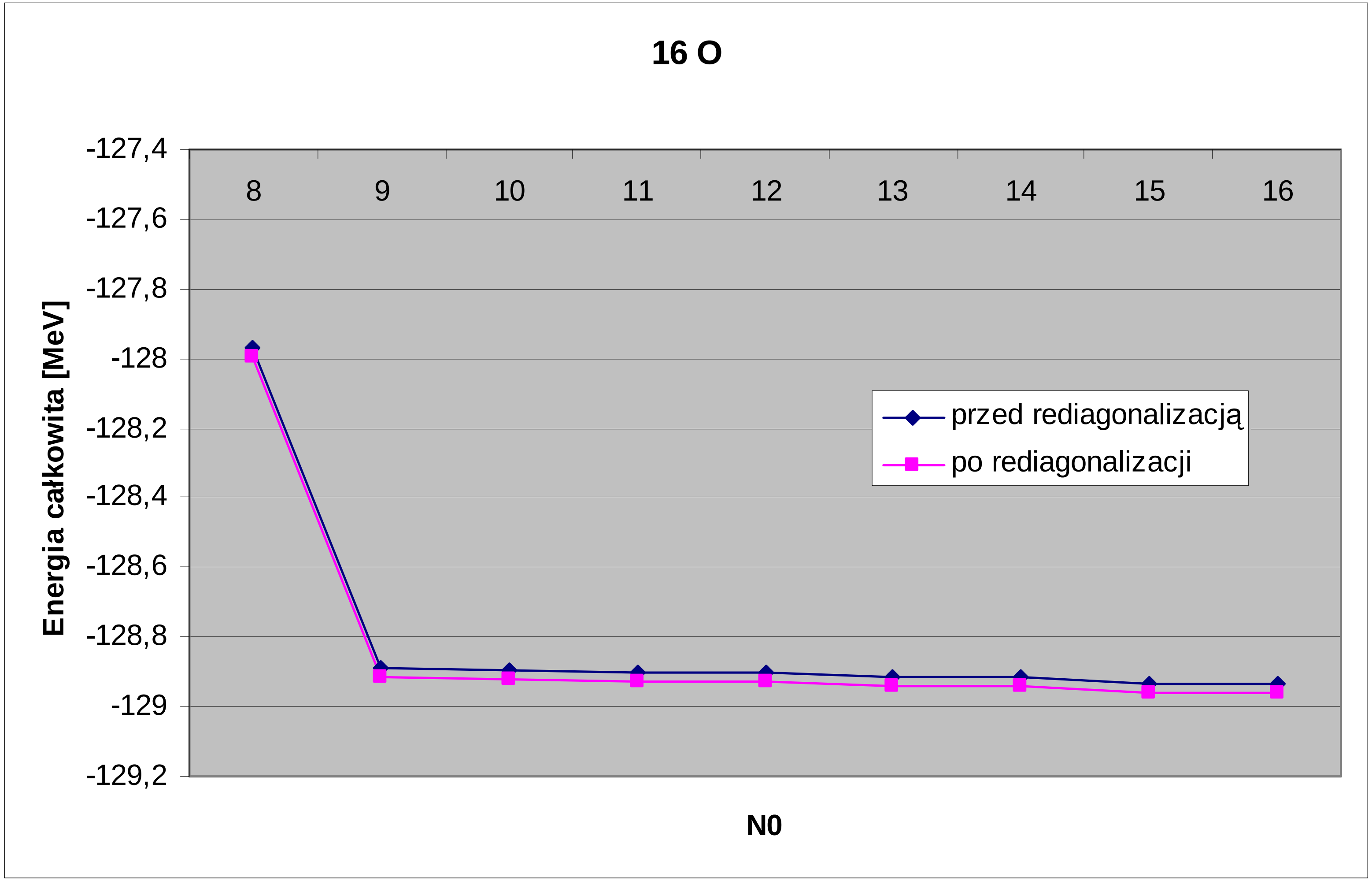
Zależność wyników od rozmiaru bazy



Dla N_0 >12 zmiany energii są stosunkowo małe.

Zależność wyników od rozmiaru bazy

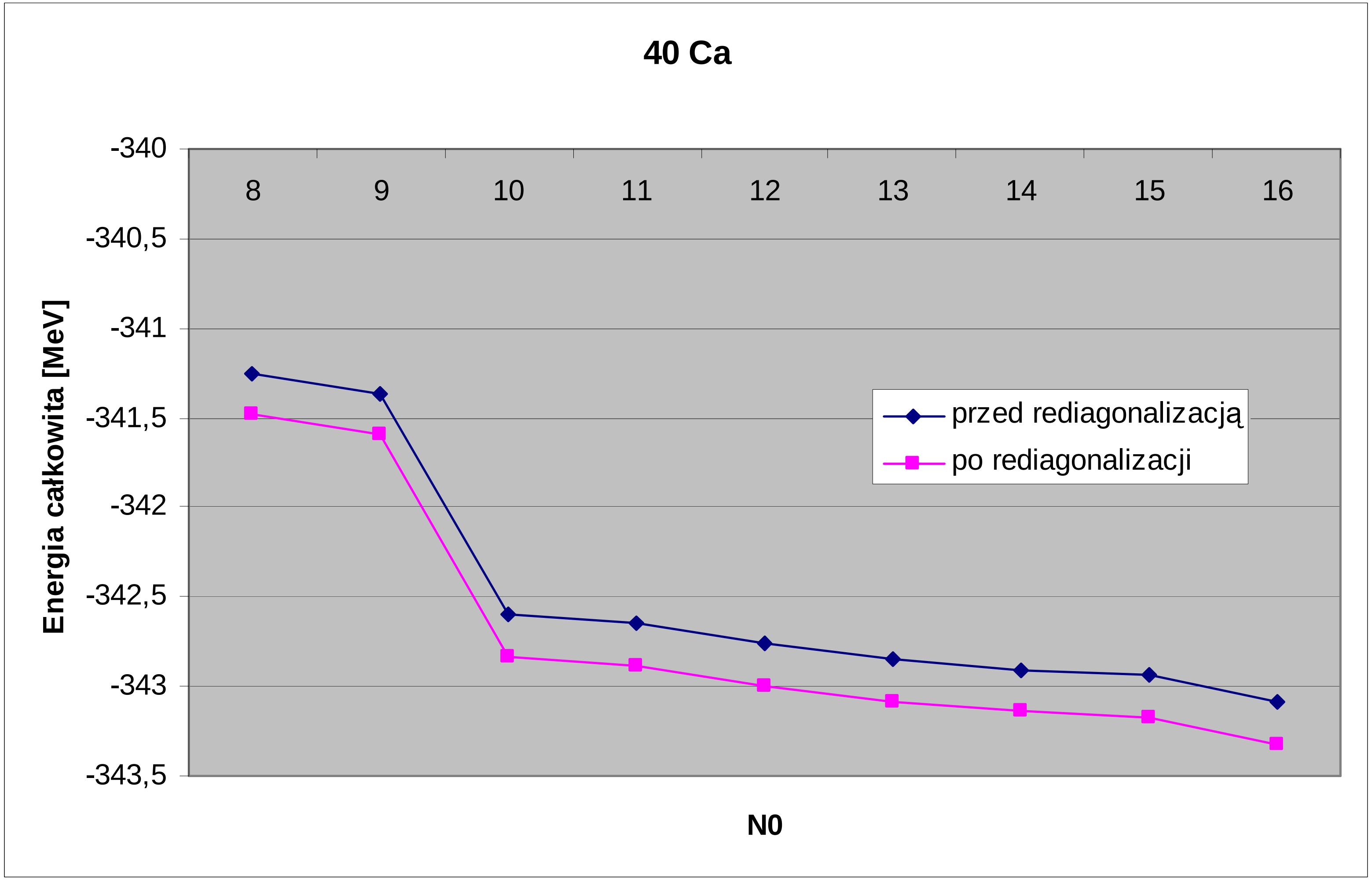
Parametryzacja SII siły Skyrma



Odpowiednia liczba powłok: $N_0 = 9$

Zależność wyników od rozmiaru bazy

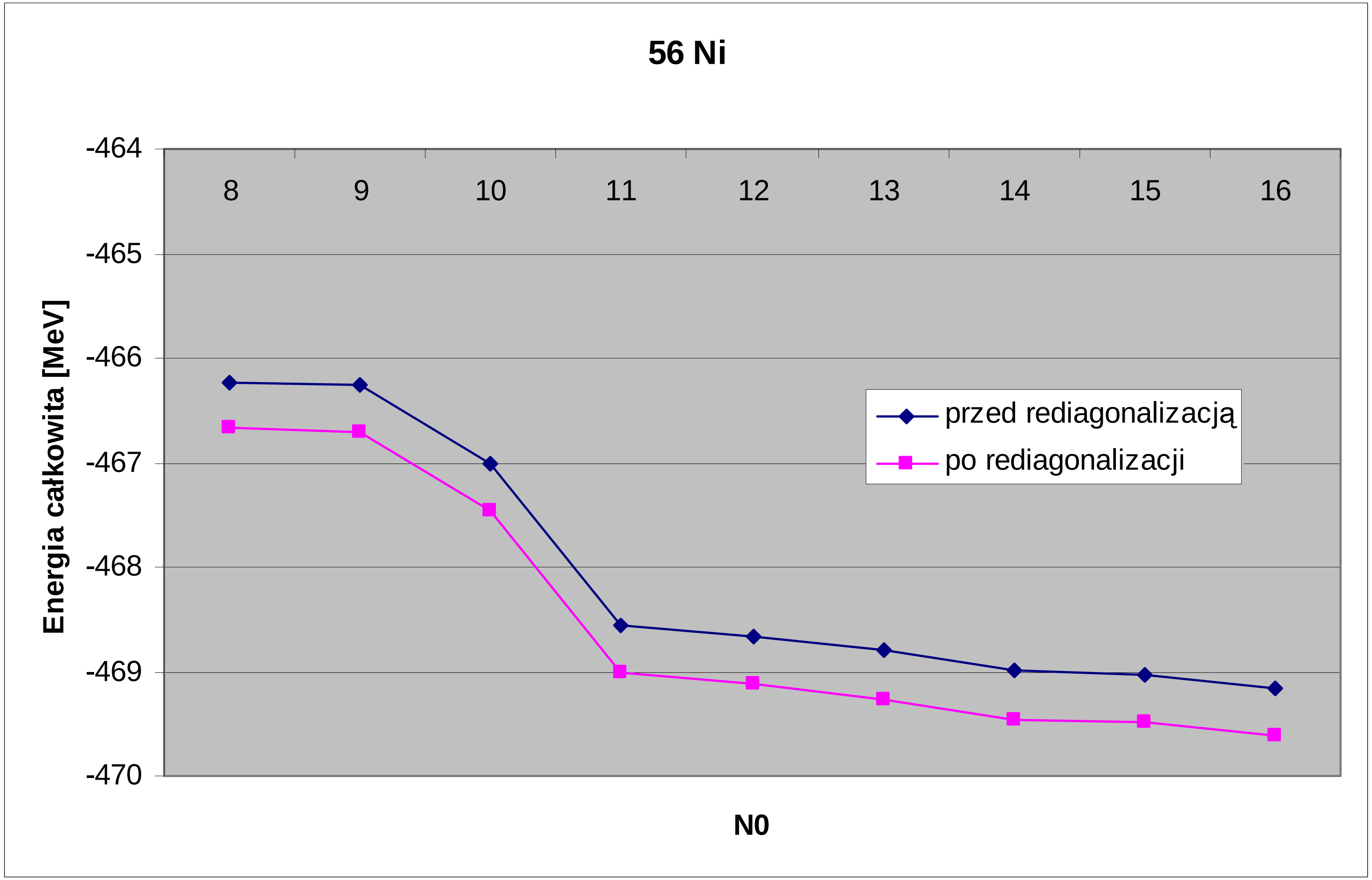
Parametryzacja SII siły Skyrma



Odpowiednia liczba powłok: $N_0 = 10$

Zależność wyników od rozmiaru bazy

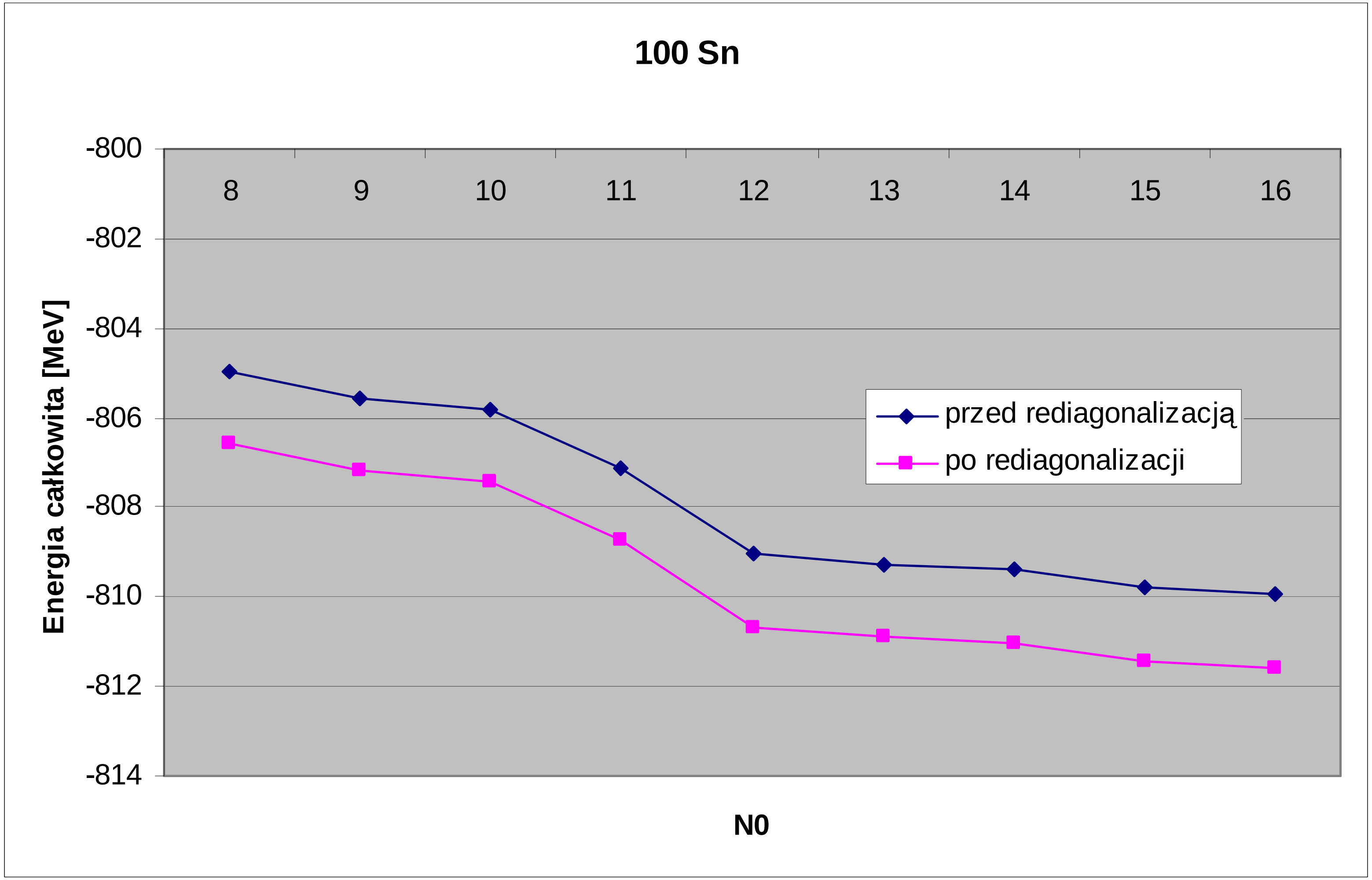
Parametryzacja SII siły Skyrma



Odpowiednia liczba powłok: $N_0 = 11$

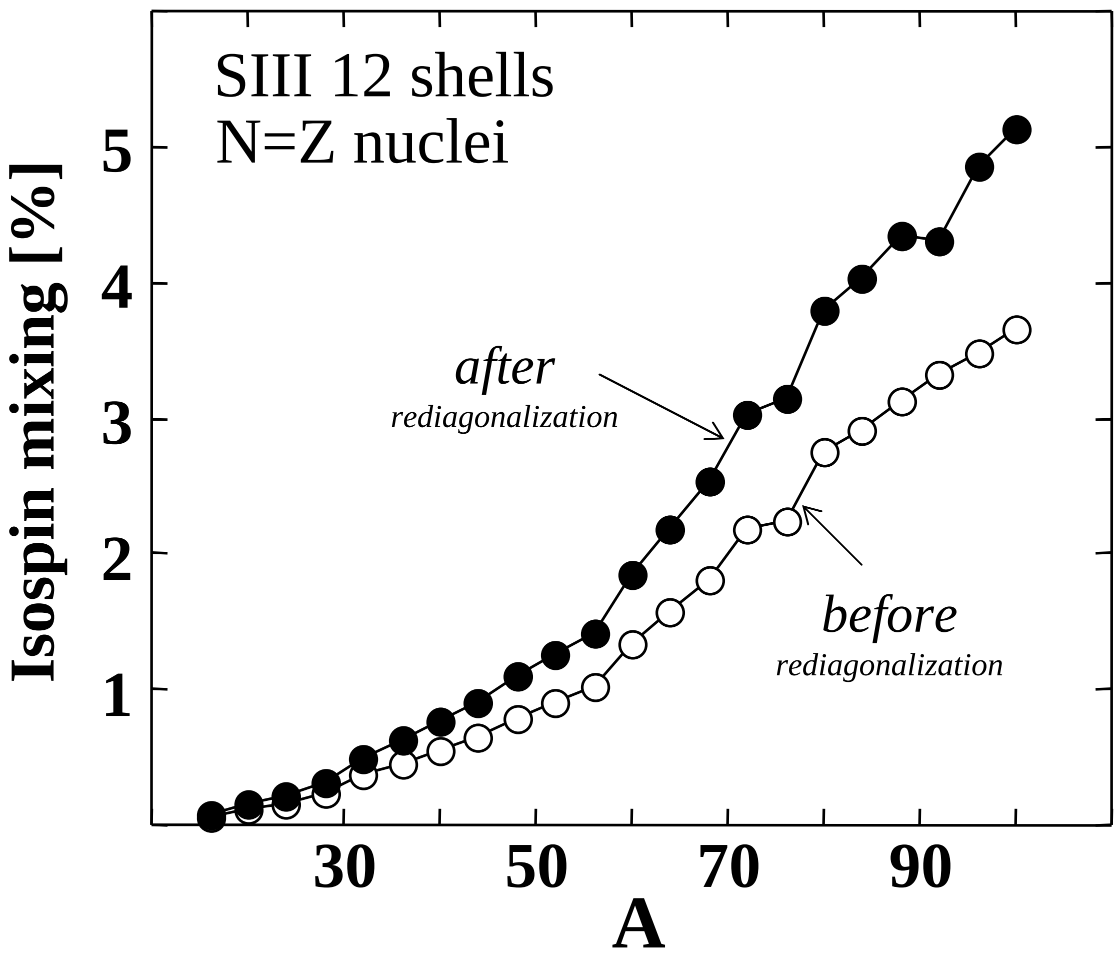
Zależność wyników od rozmiaru bazy

Parametryzacja SII siły Skyrma



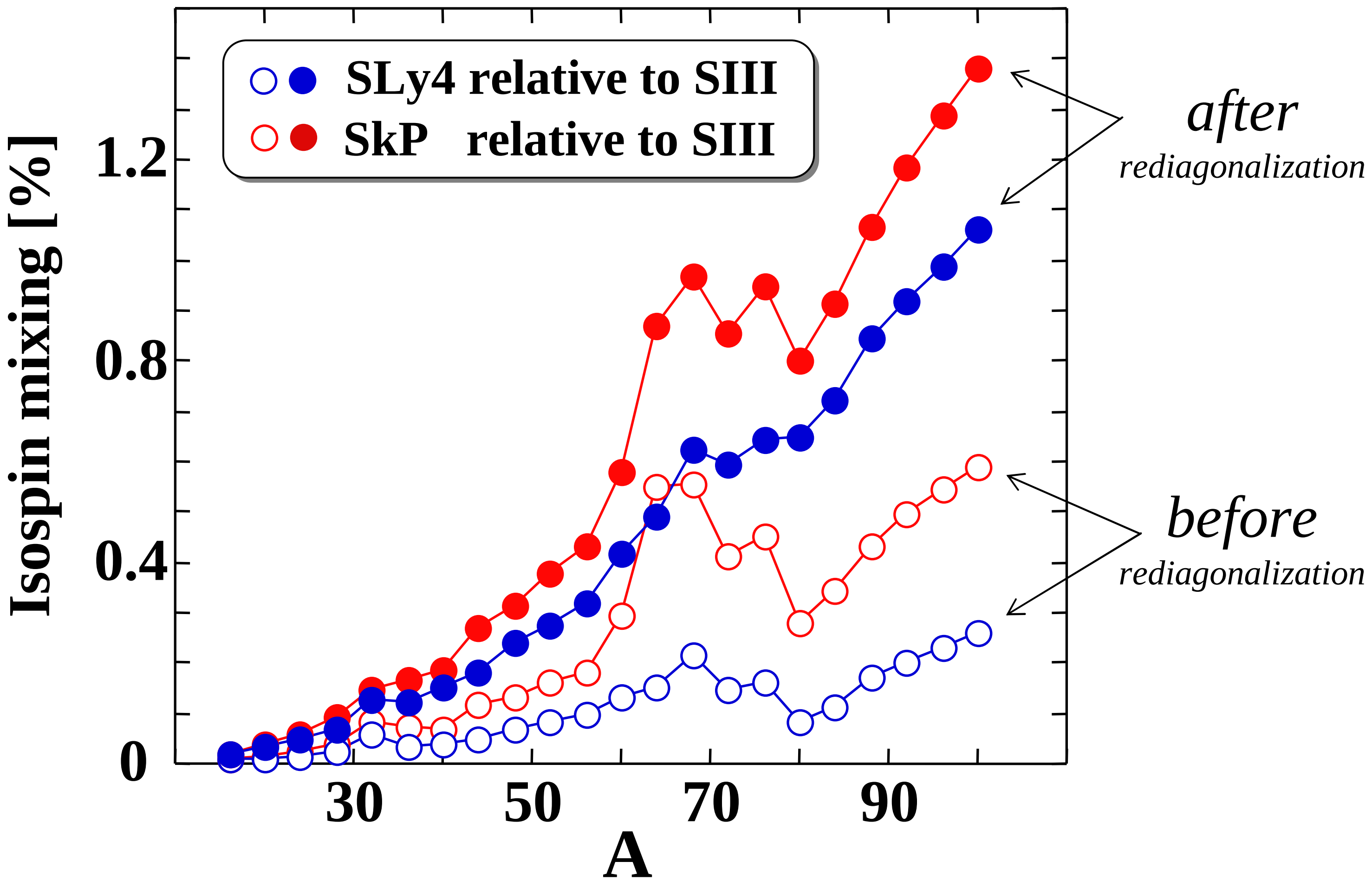
Odpowiednia liczba powłok: $N_0 = 12$

Zmieszanie izospinowe w zdłuż linii N=Z



Zmieszanie izospiowe rośnie z A,
od ~0% dla lekkich jąder do ~5% dla A=100.

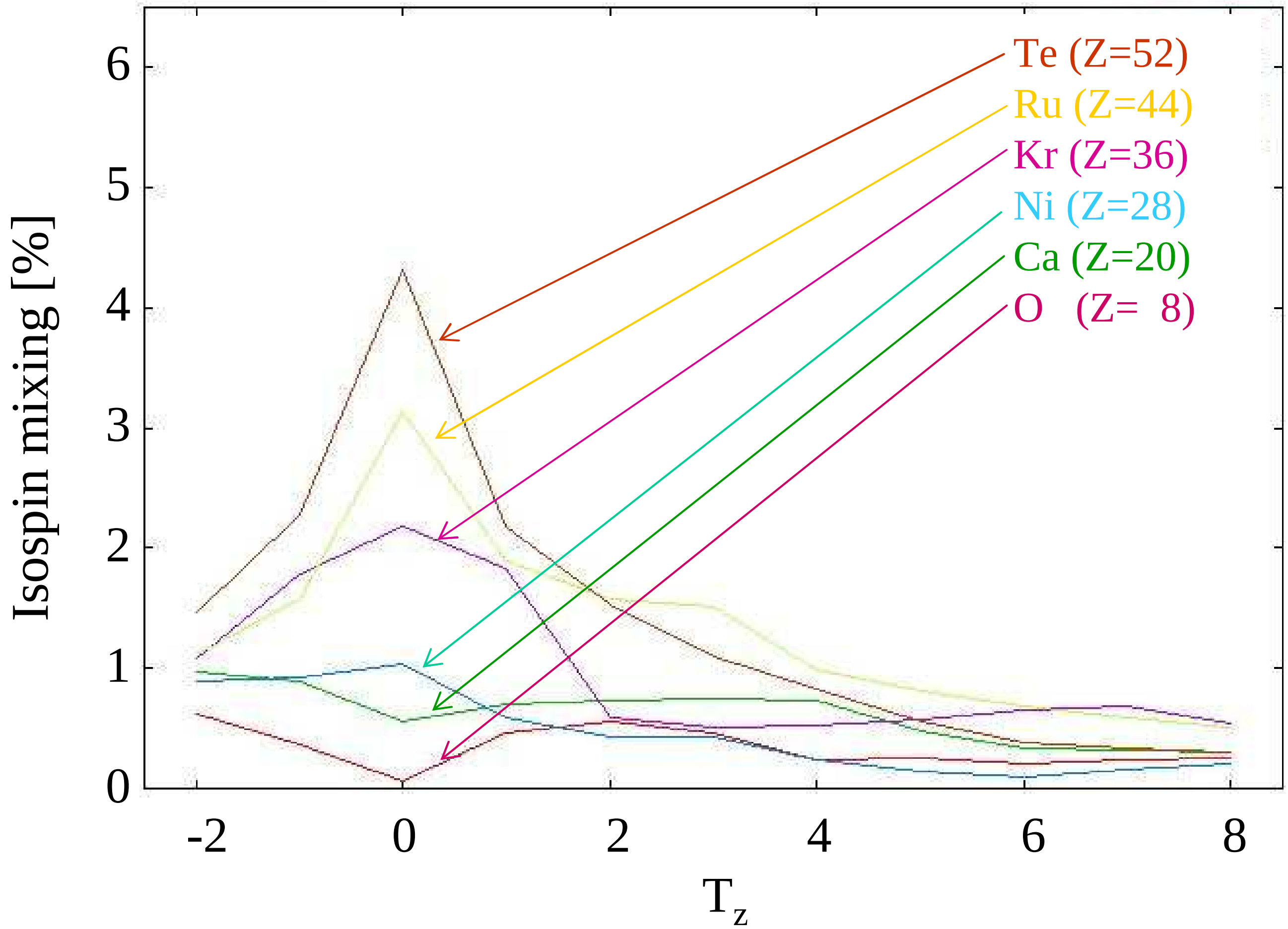
Zmieszanie izospinowe w zdłuż linii N=Z



Wyniki bardzo silnie zależą od wybranej parametryzacji siły Skyrma.

Zmieszanie izospinowe w funkcji T_z

przed rediagonalizacją, Z=const.

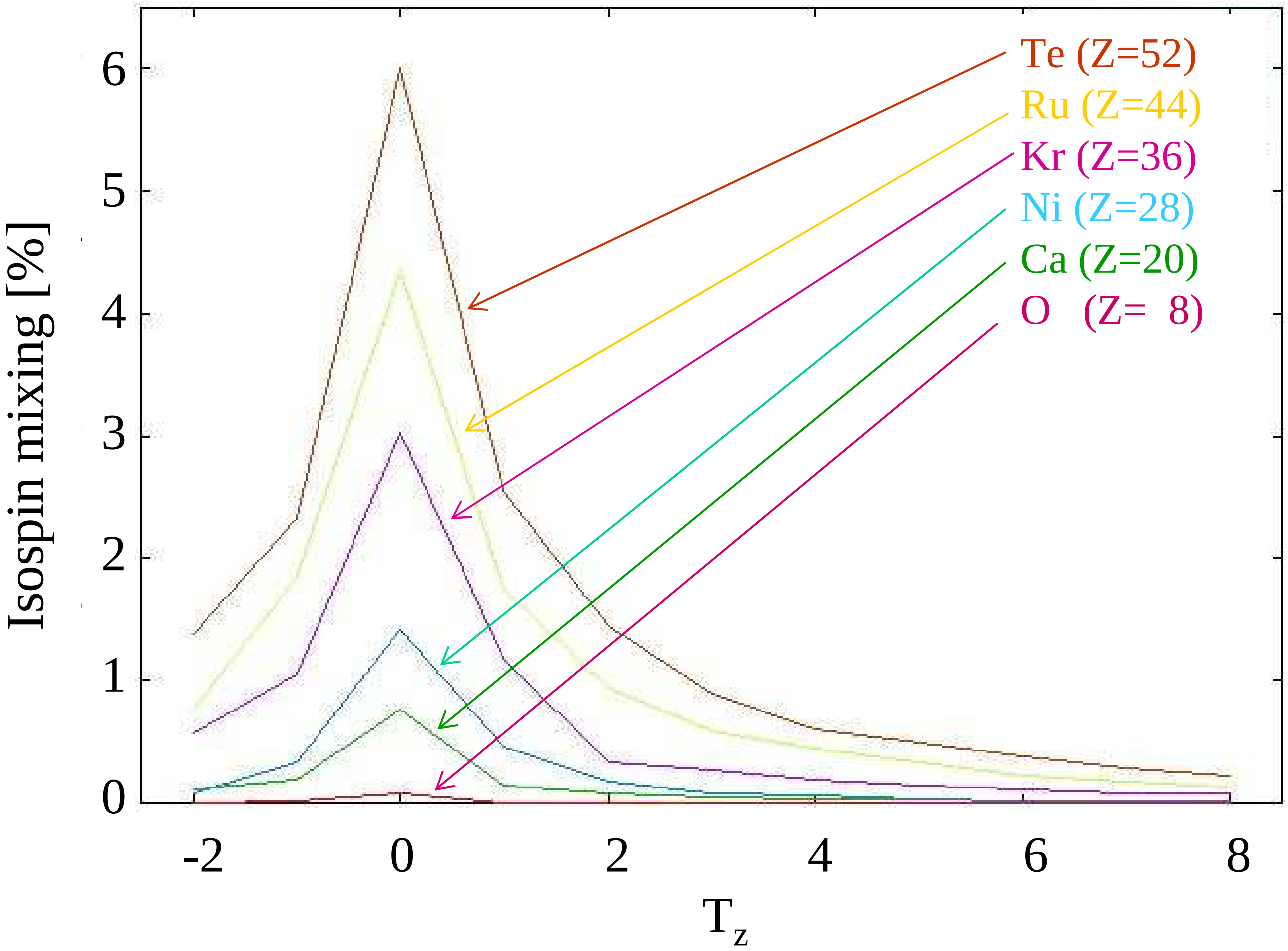


Niejasna sytuacja, potrzebna jest rediagonalizacja

Przed rediagonalizacją w lekkich jądrach mieszanie jest mniejsze dla T_z=0 niż dla jąder sąsiednich ($T_z \neq 0$). W jądrach cięższych sytuacja jest odwrotna.

Zmieszanie izospinowe w funkcji T_z

po rediagonalizacji, Z=const.

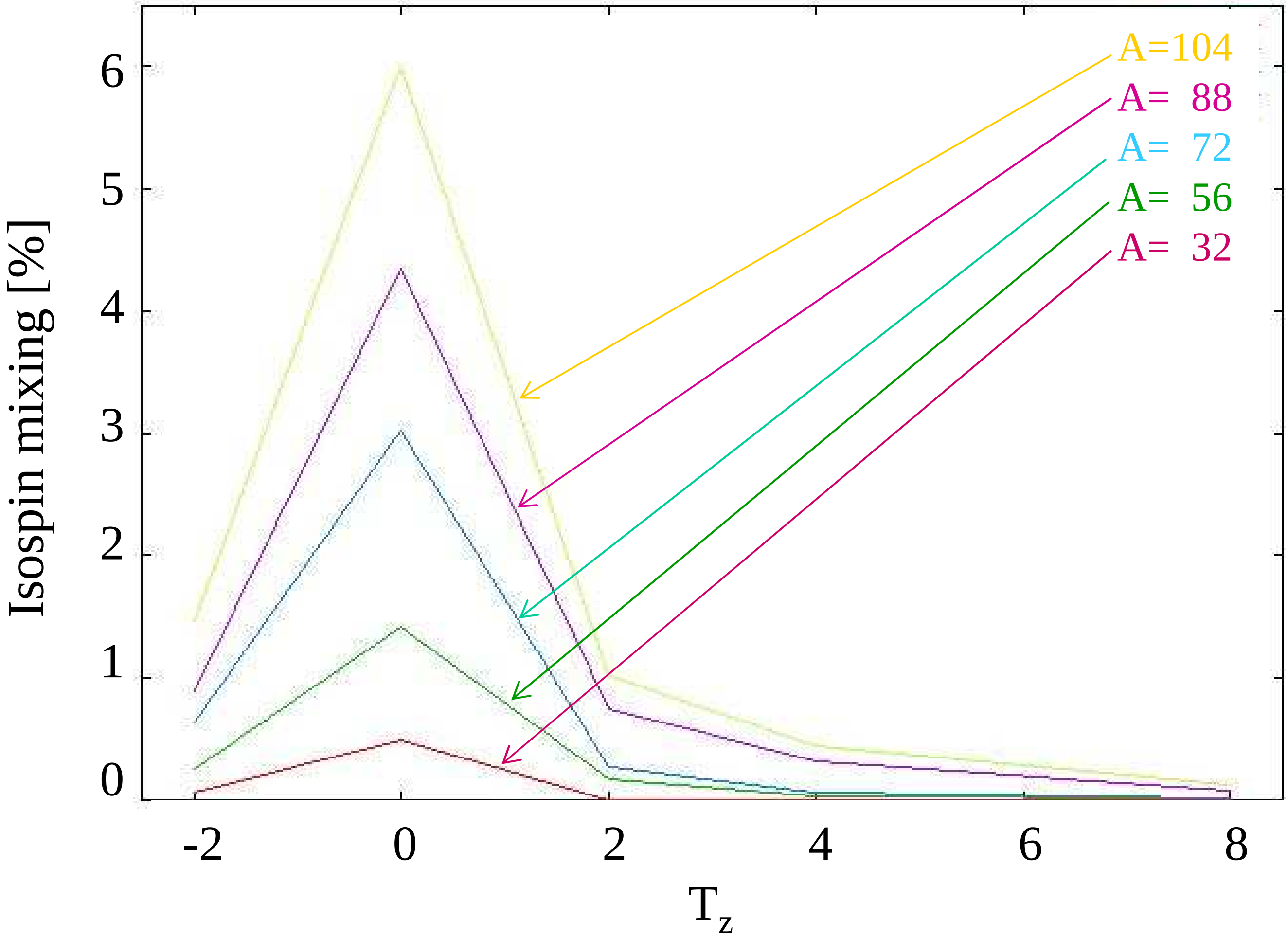


Obserwujemy zanikanie mieszania izospinowego wraz ze wzrostem $|T_z|$,

Mieszanie jest mniejsze w lekkich jądrach niż w cięższych.

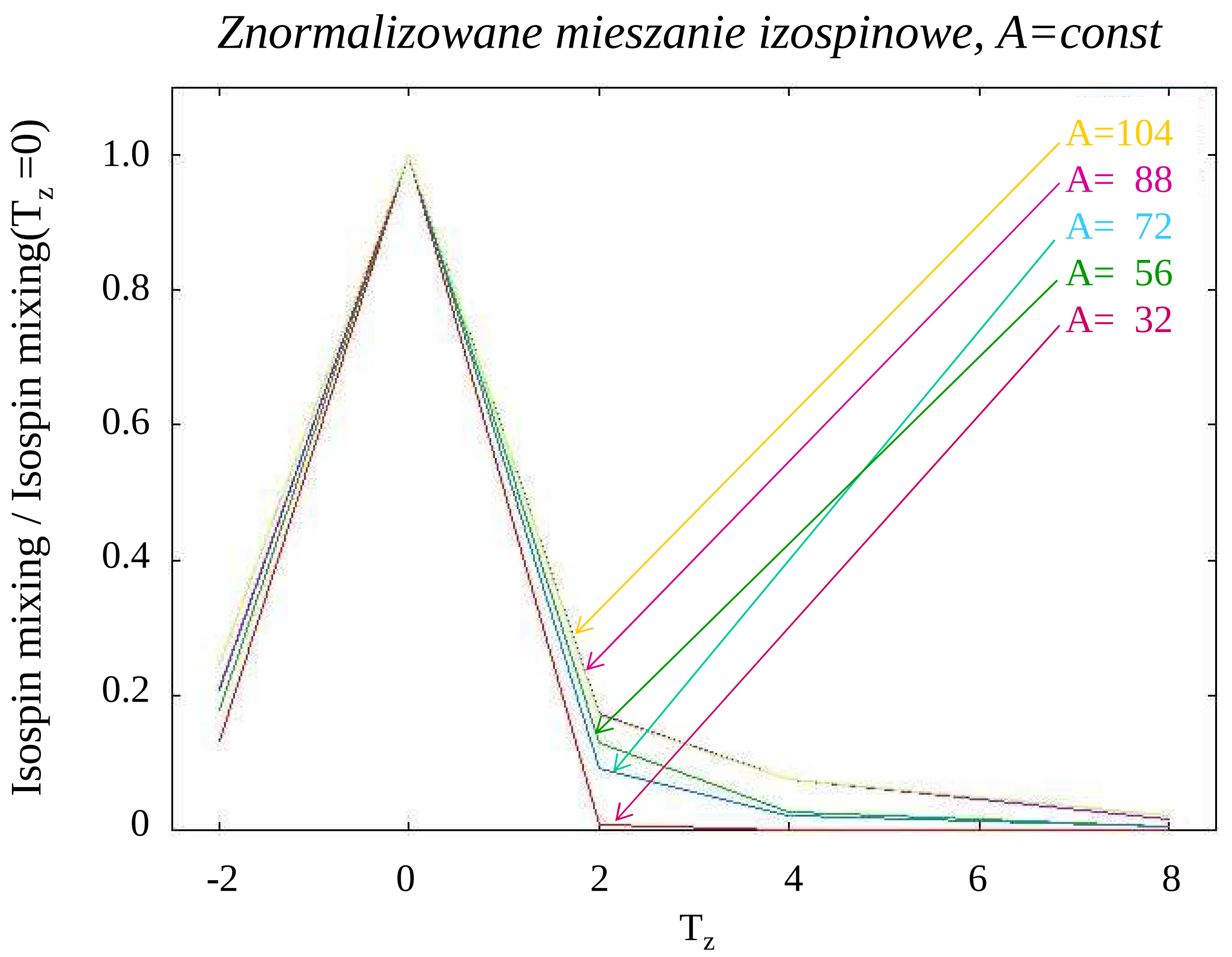
Zmieszanie izospinowe w funkcji T_z

po rediagonalizacji, A=const



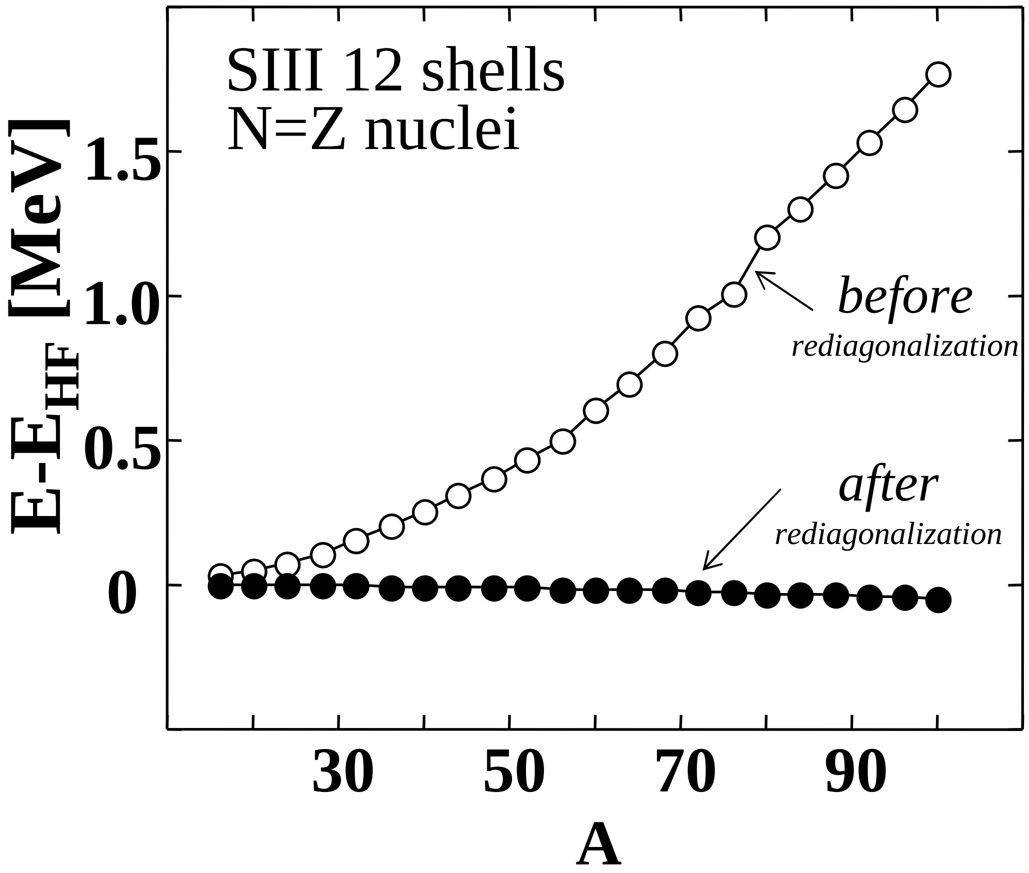
Widzimy analogiczną zależność, co dla łańcuchów Z=const.

Zmieszanie izospinowe w funkcji T_z



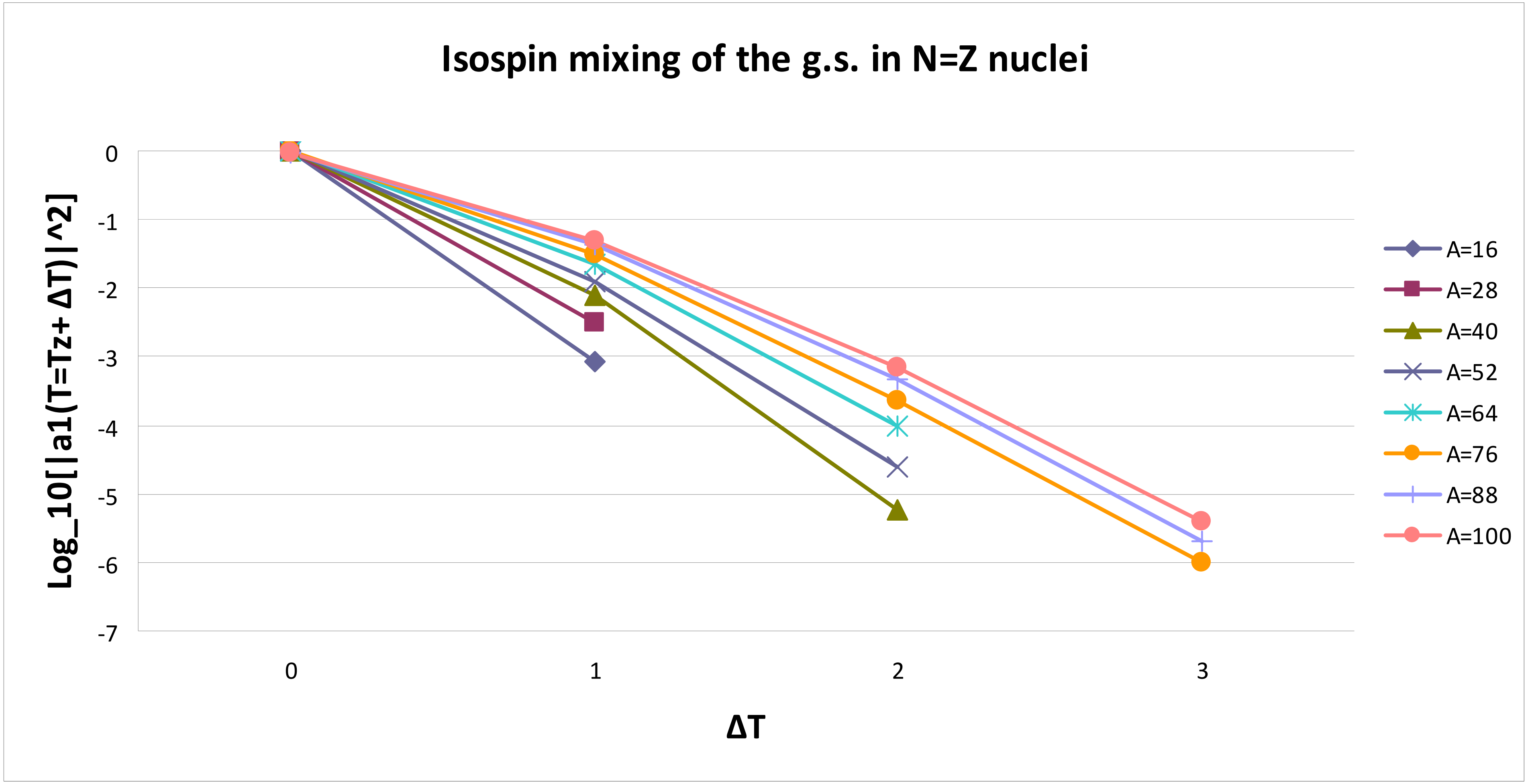
Zanikanie mieszania izospinowego w funkcji T_z jest podobne dla róznych mas

Wpływ rzutowania na izospin na energię



Energia uzyskana w procedurze Hartree-Focka jest bardzo dobra:
jest tylko o ~30 keV powyżej energii uzyskanej po rediagonalizacji

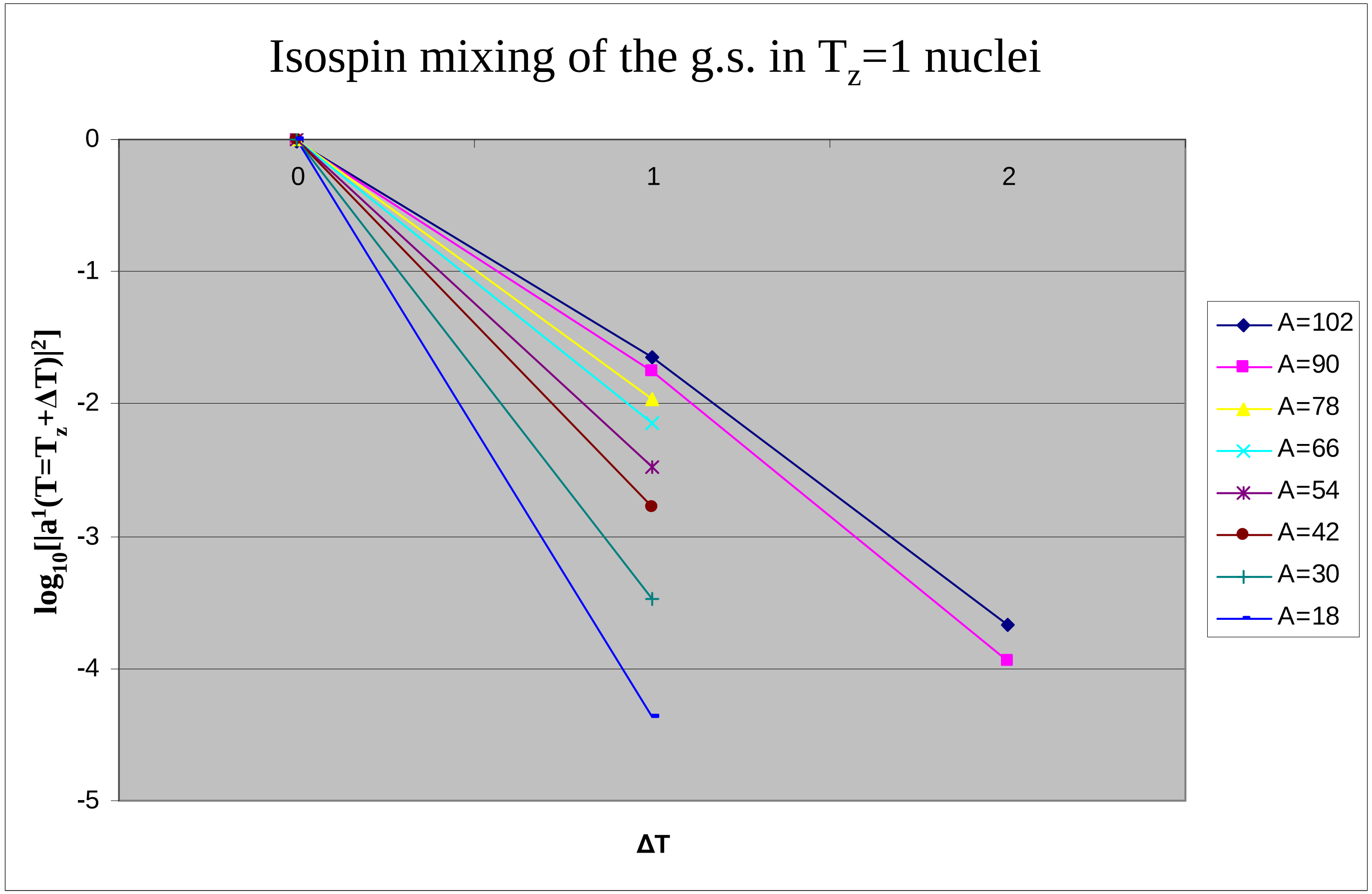
Struktura izospinowa stanu podstawowego w jądrch o N=Z



Normy kolejnych składowych w stanie podstawowym zmniejszają się co ok. dwa rzędy wielkości

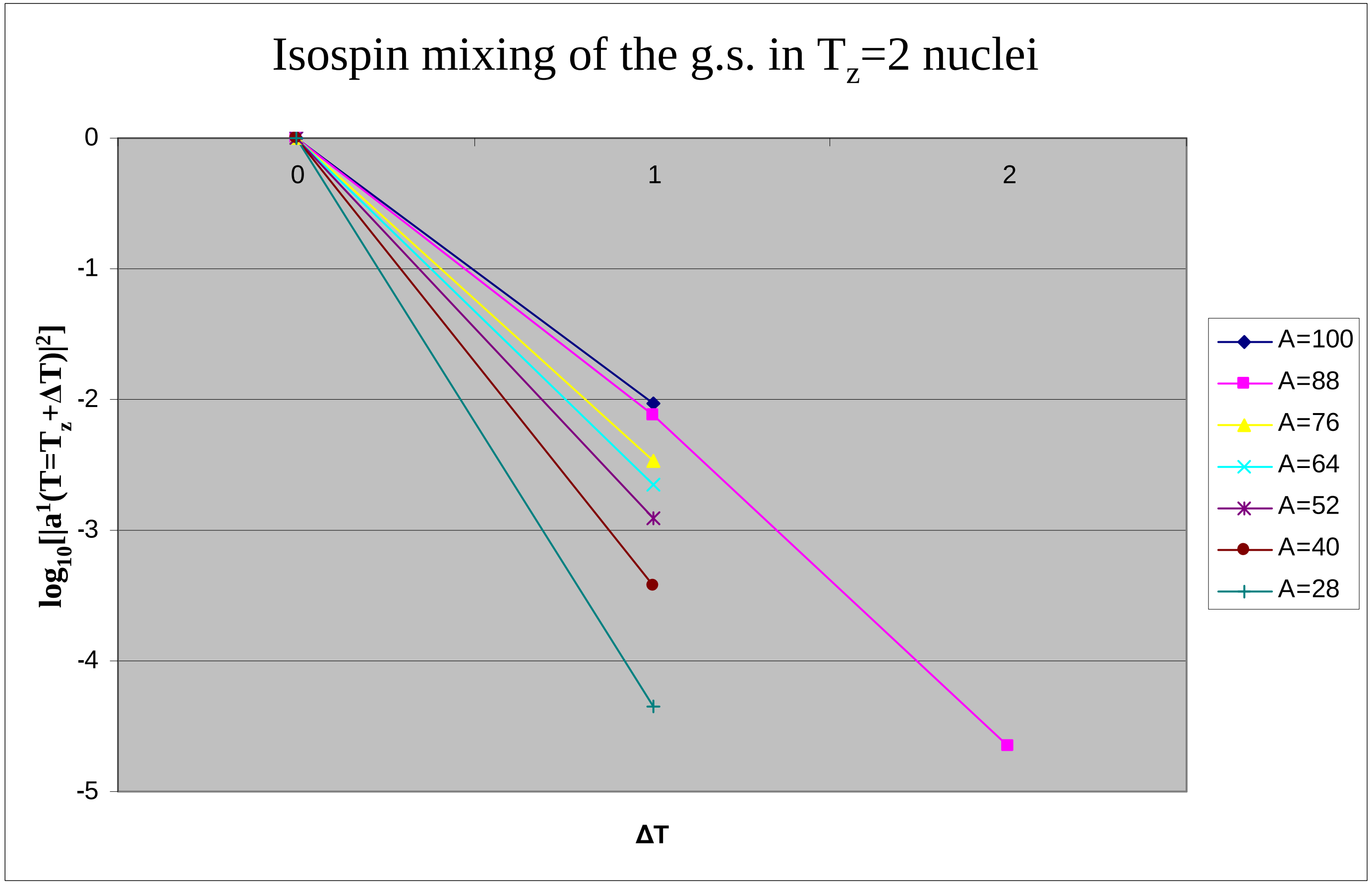
Mieszanie szybciej zanika w lekkich jądrach niż w ciężkich

Struktura izospinowa stanu podstawowego w jądrch o N>Z



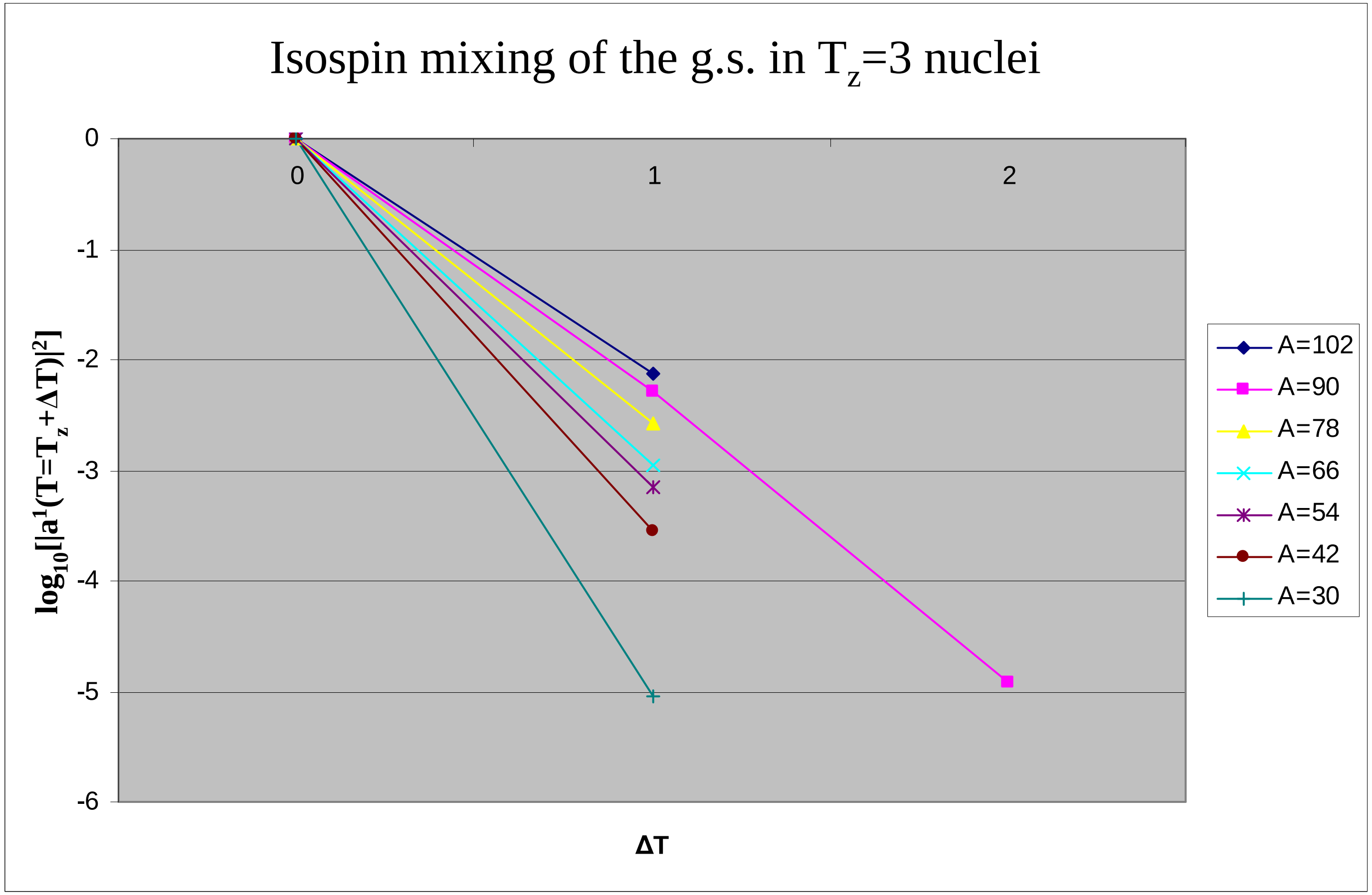
Widzimy wyraźny spadek mieszania z A

Struktura izospinowa stanu podstawowego w jądrch o N>Z



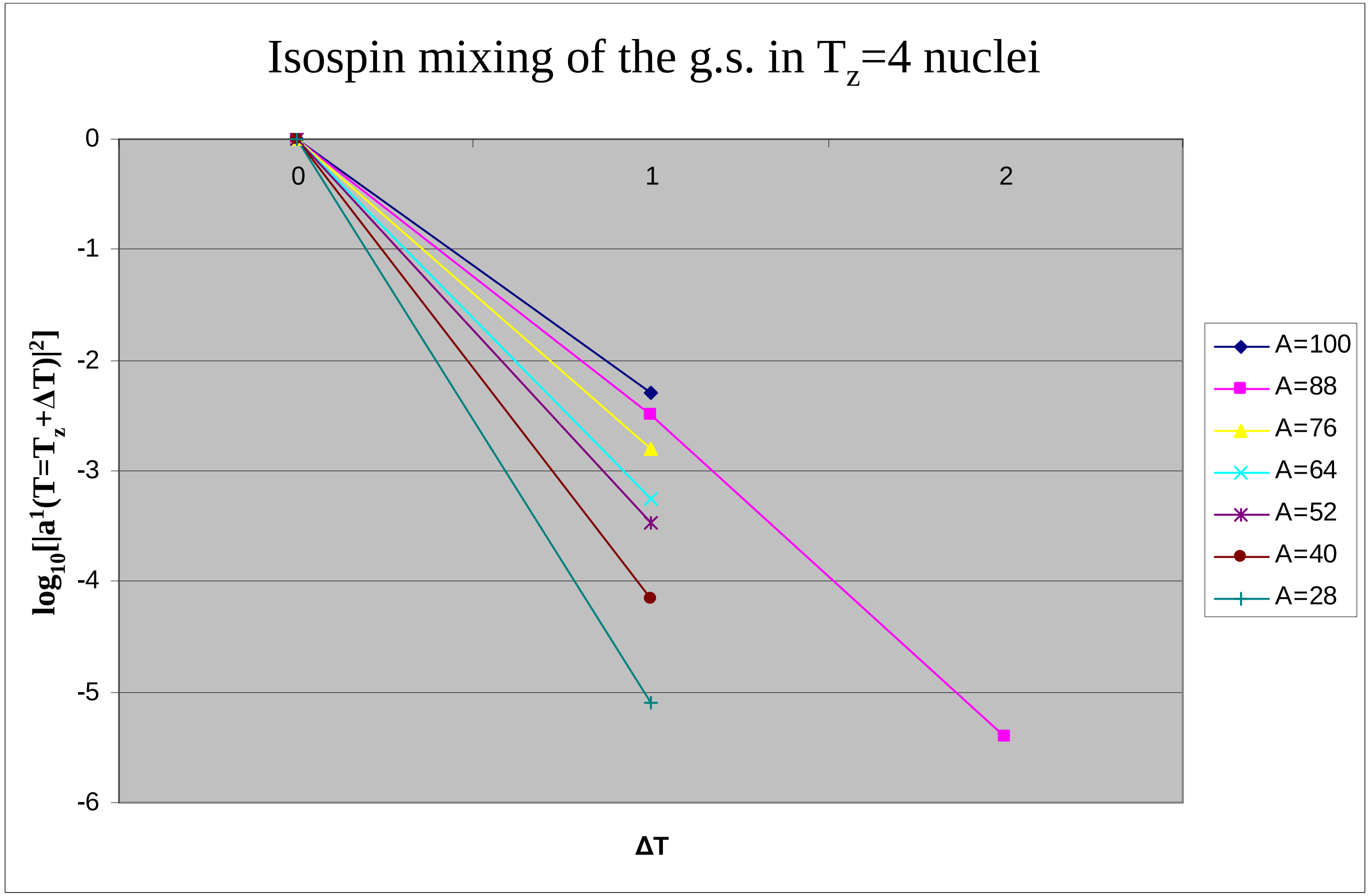
Widzimy wyraźny spadek mieszania z A

Struktura izospinowa stanu podstawowego w jądrch o N>Z



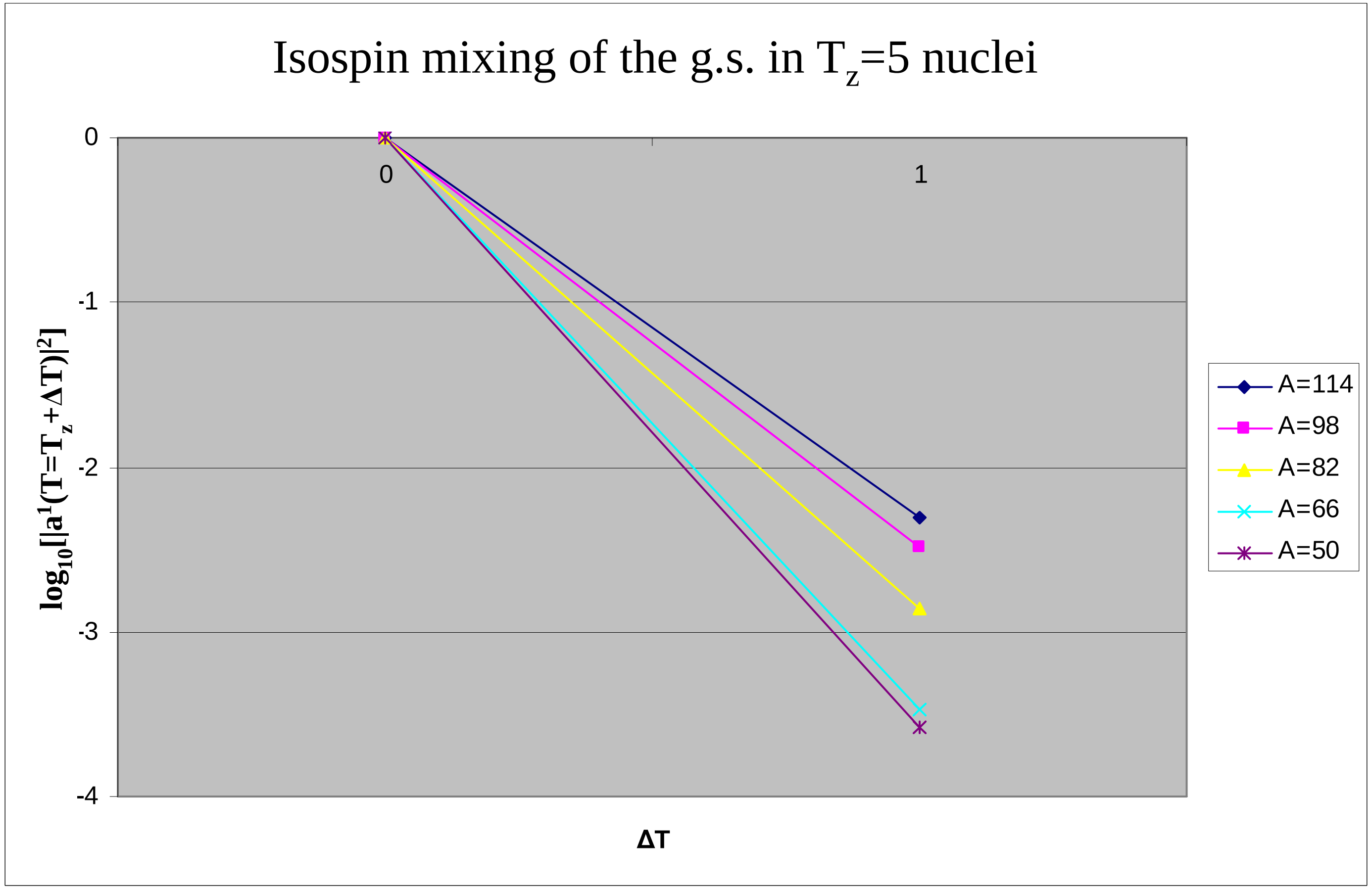
Widzimy wyraźny spadek mieszania z A

Struktura izospinowa stanu podstawowego w jądrch o N>Z



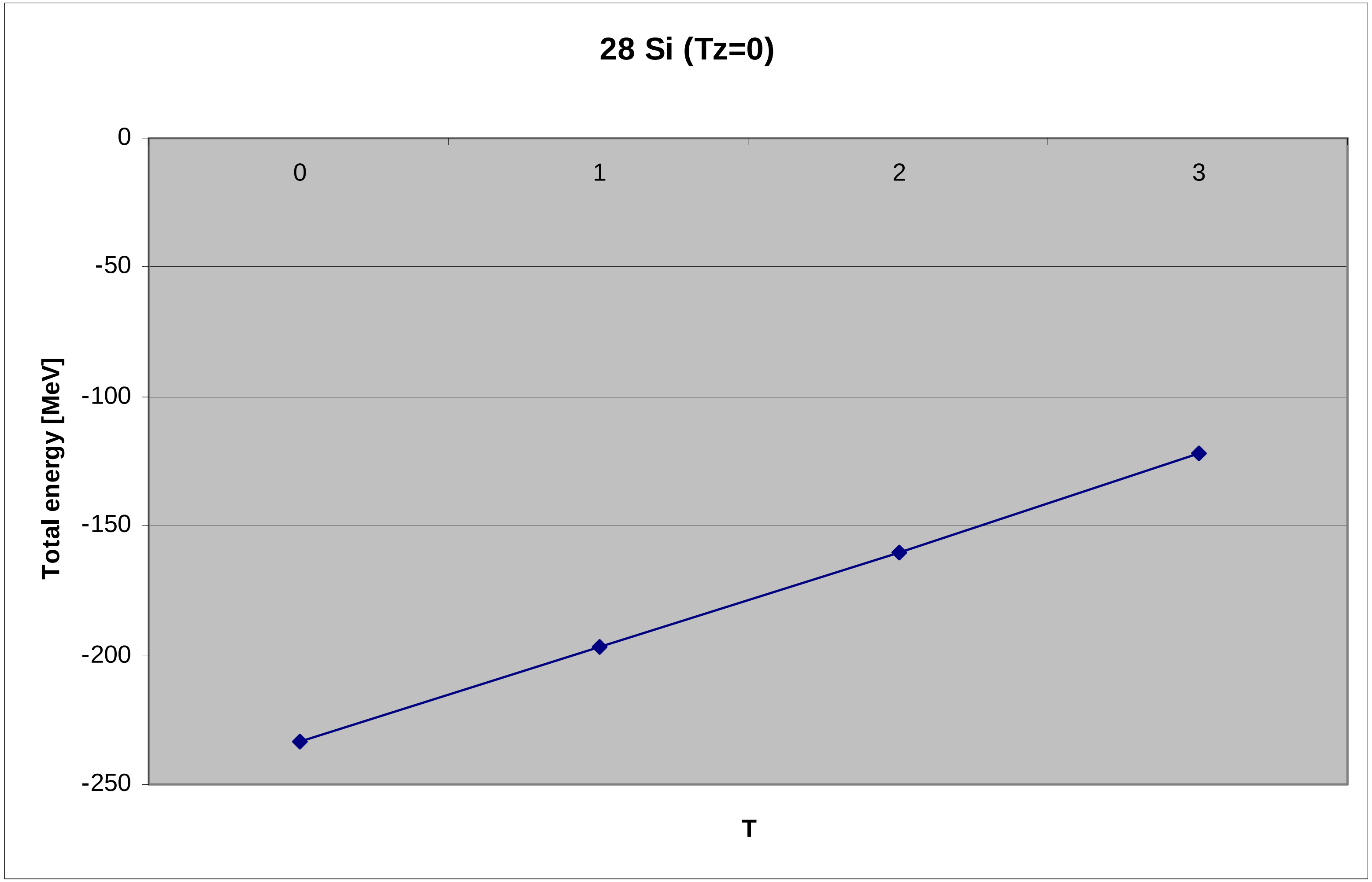
Widzimy wyraźny spadek mieszania z A

Struktura izospinowa stanu podstawowego w jądrch o N>Z



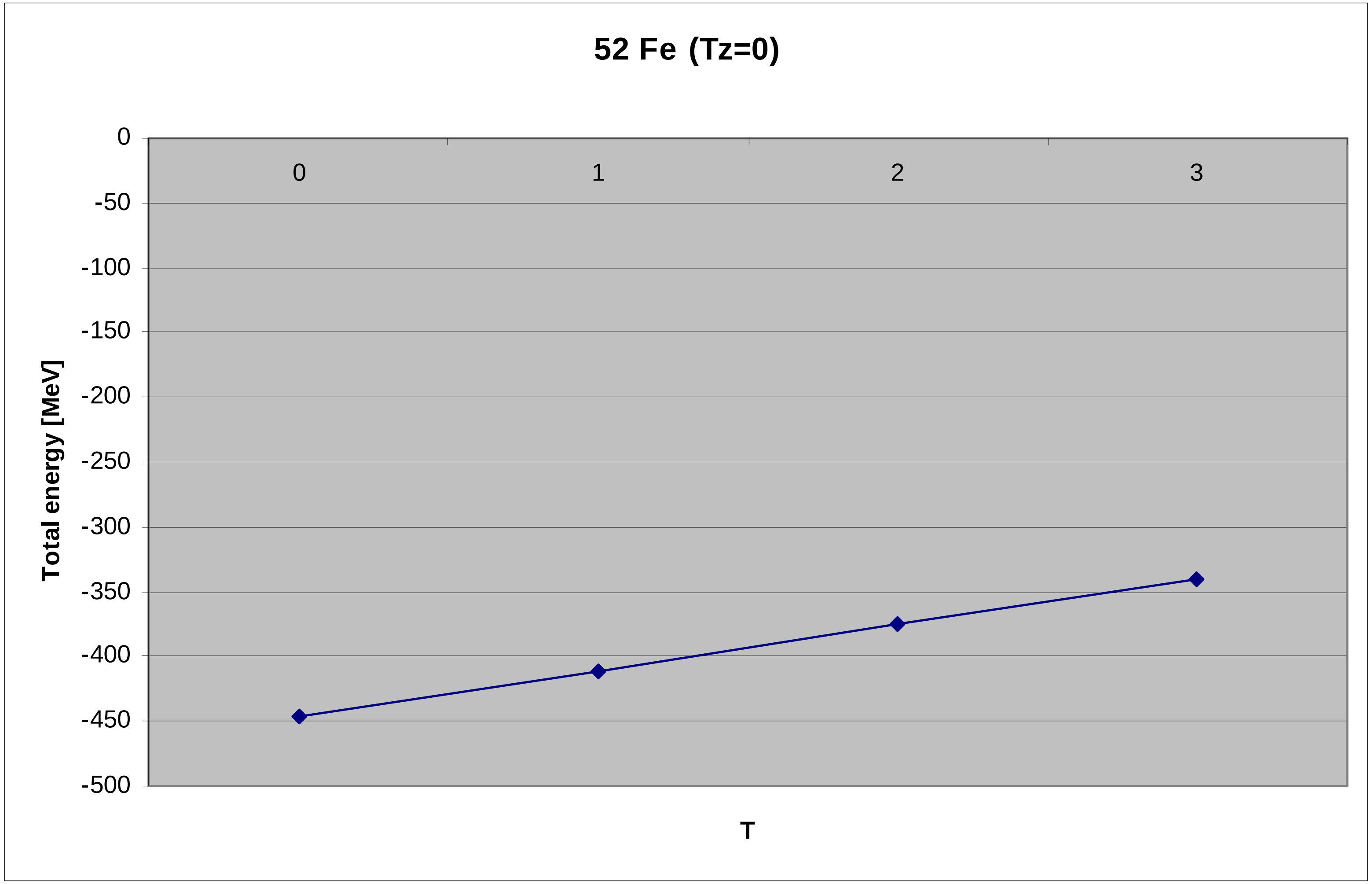
Widzimy wyraźny spadek mieszania z A

Zależność energii stanów bazy od izospinu w jądrach o Tz=0



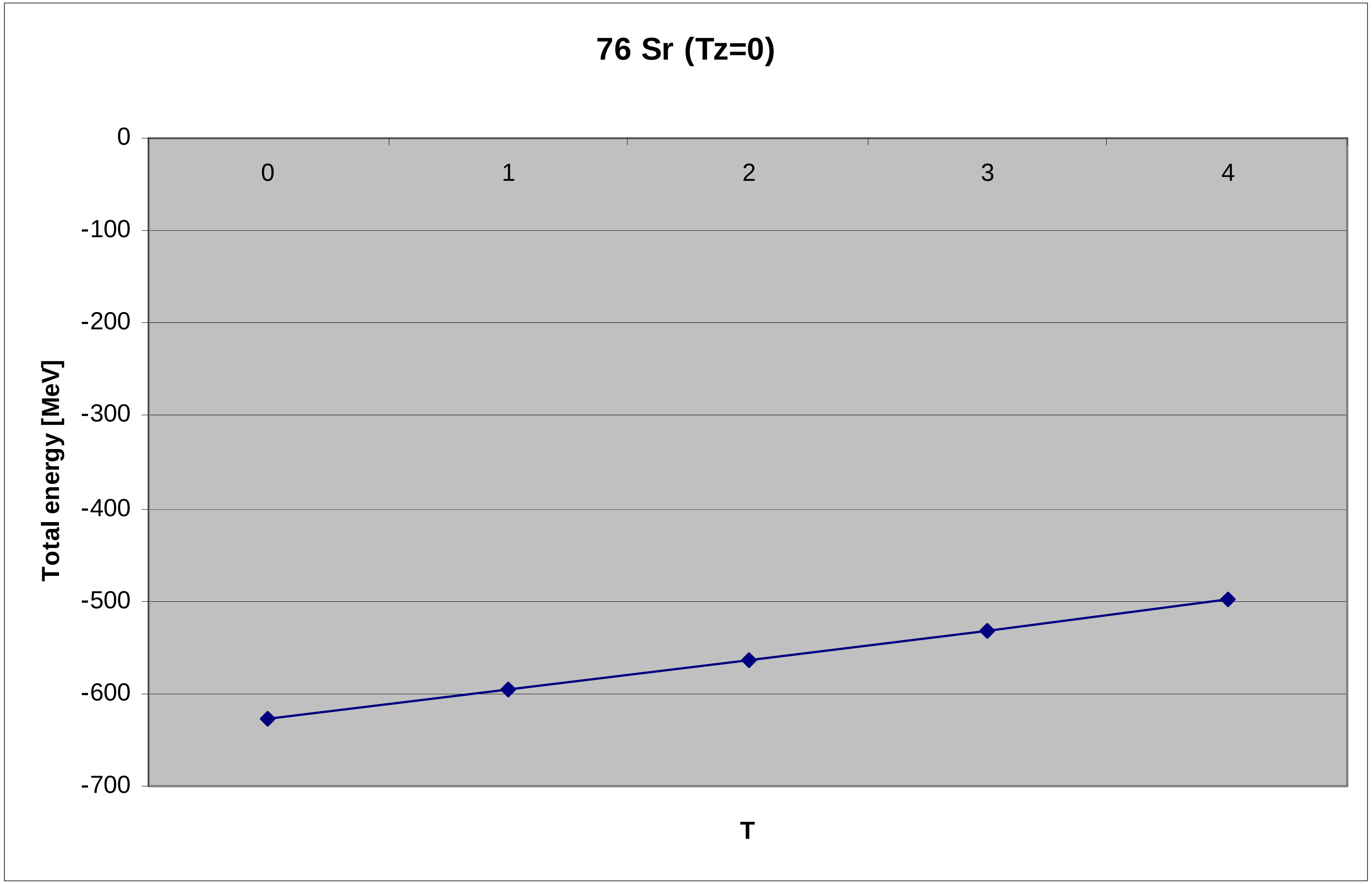
Wbrew oczekiwaniom, energie kolejnych stanów rosną liniowo w T, a nie ~T(T+1)

Zależność energii stanów bazy od izospinu w jądrach o Tz=0



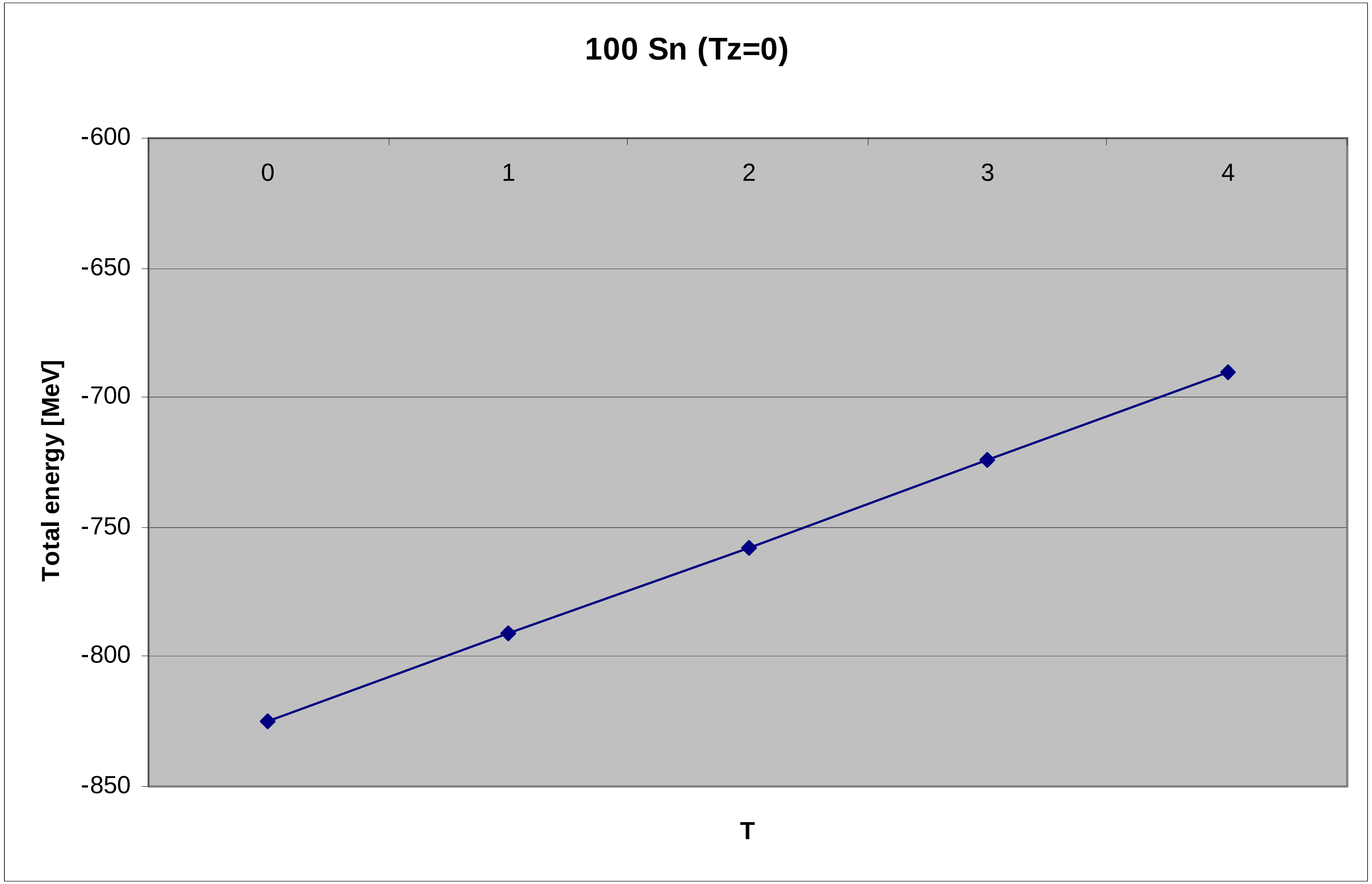
Wbrew oczekiwaniom, energie kolejnych stanów rosną liniowo w T, a nie ~T(T+1)

Zależność energii stanów bazy od izospinu w jądrach o Tz=0



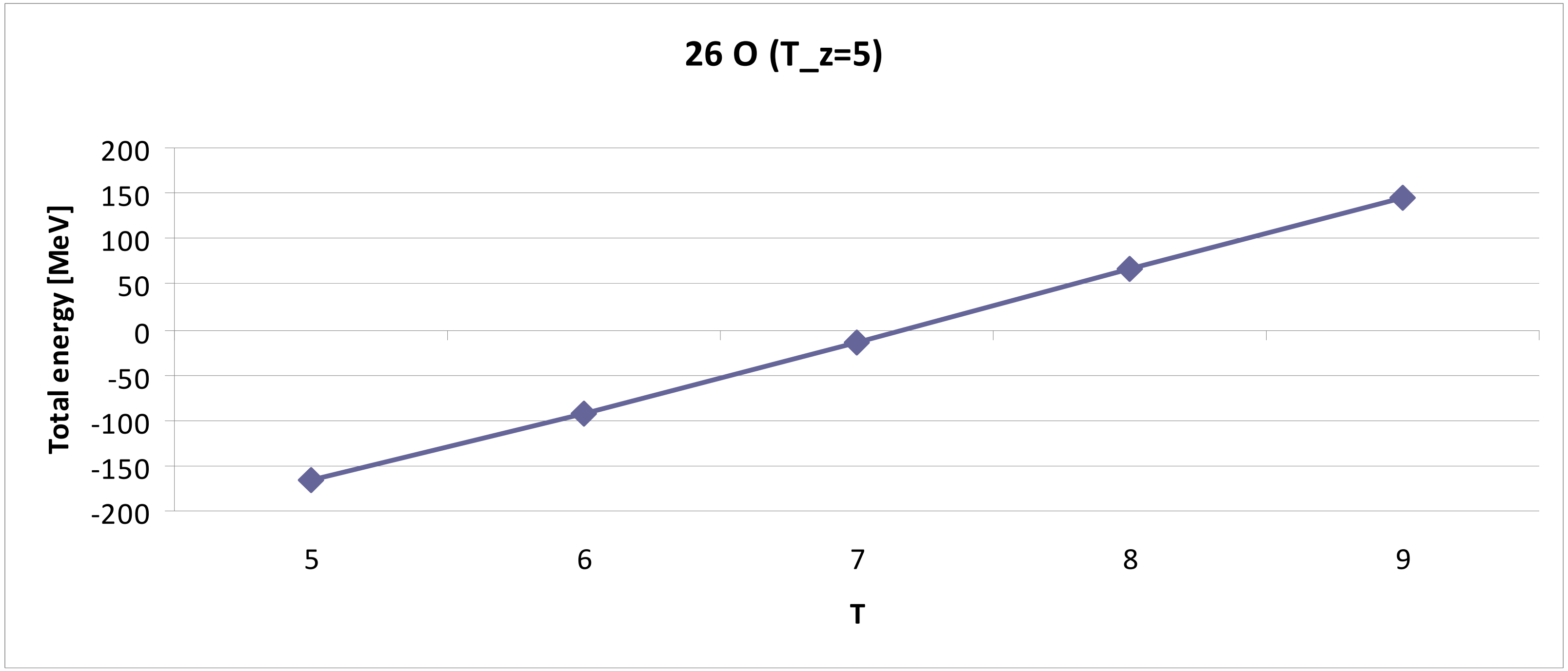
Wbrew oczekiwaniom, energie kolejnych stanów
rosną liniowo w T, a nie ~T(T+1)

Zależność energii stanów bazy od izospinu
w jądrach o Tz=0



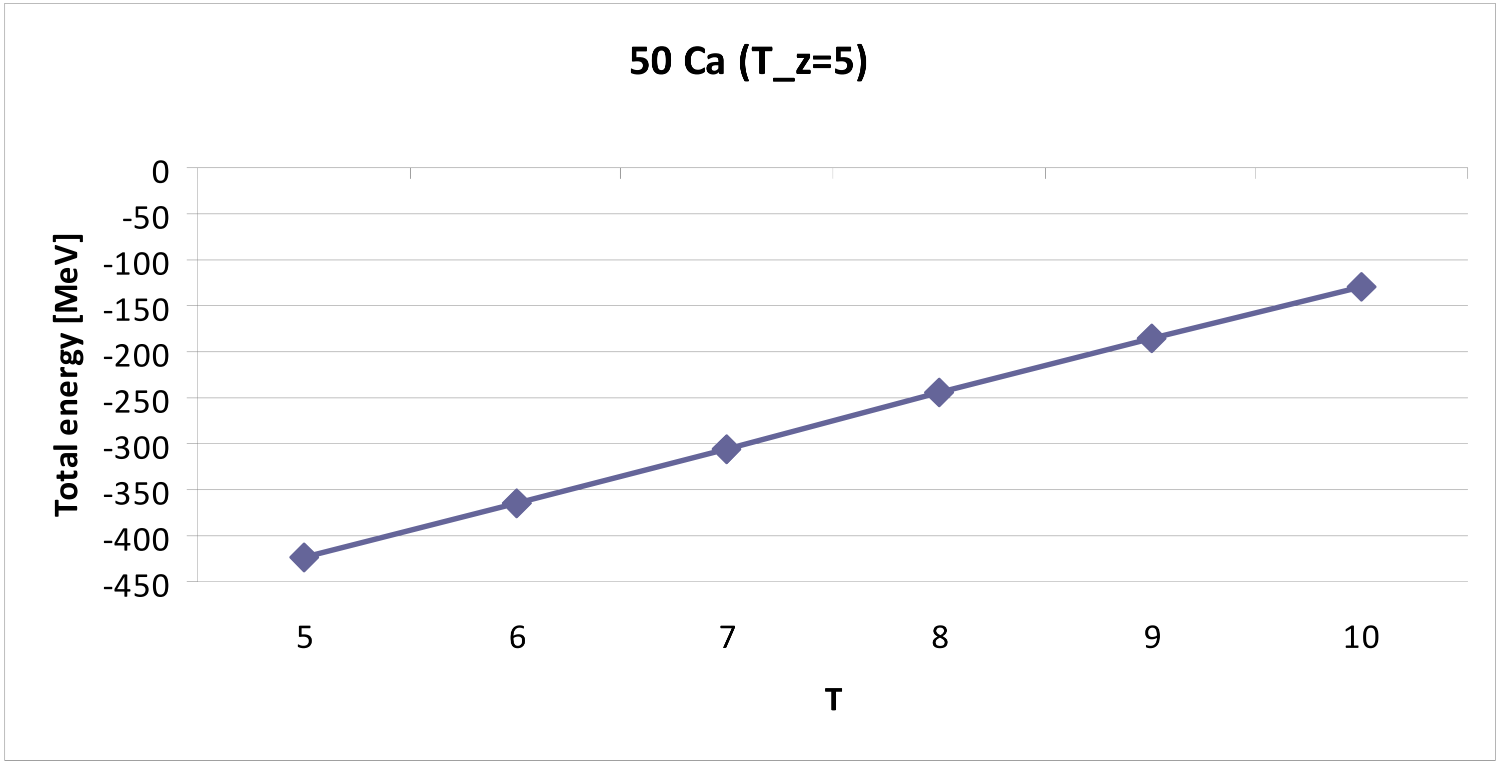
Wbrew oczekiwaniom, energie kolejnych stanów
rosną liniowo w T, a nie ~T(T+1)

Zależność energii stanów bazy od izospinu w jądrach o Tz=5



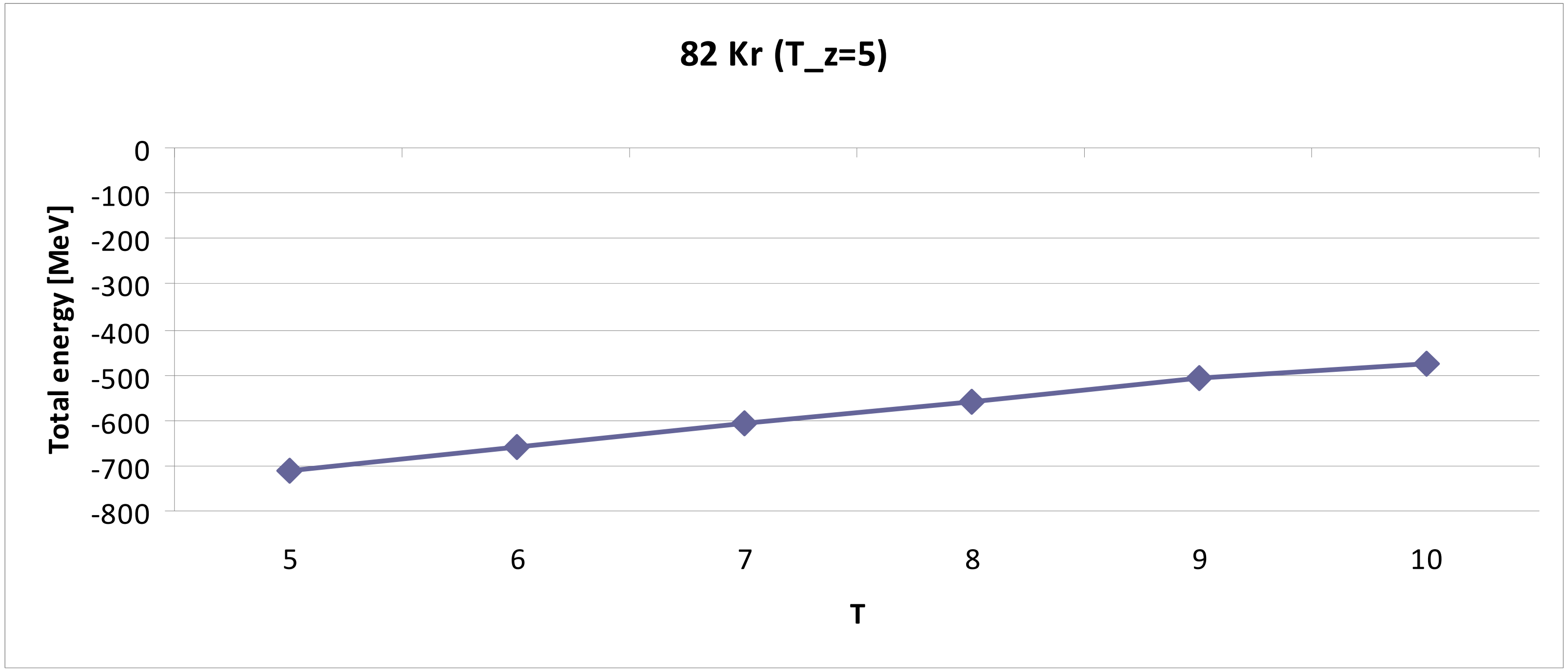
Wbrew oczekiwaniom, energie kolejnych stanów rosną liniowo w T, a nie ~T(T+1)

Zależność energii stanów bazy od izospinu w jądrach o Tz=5



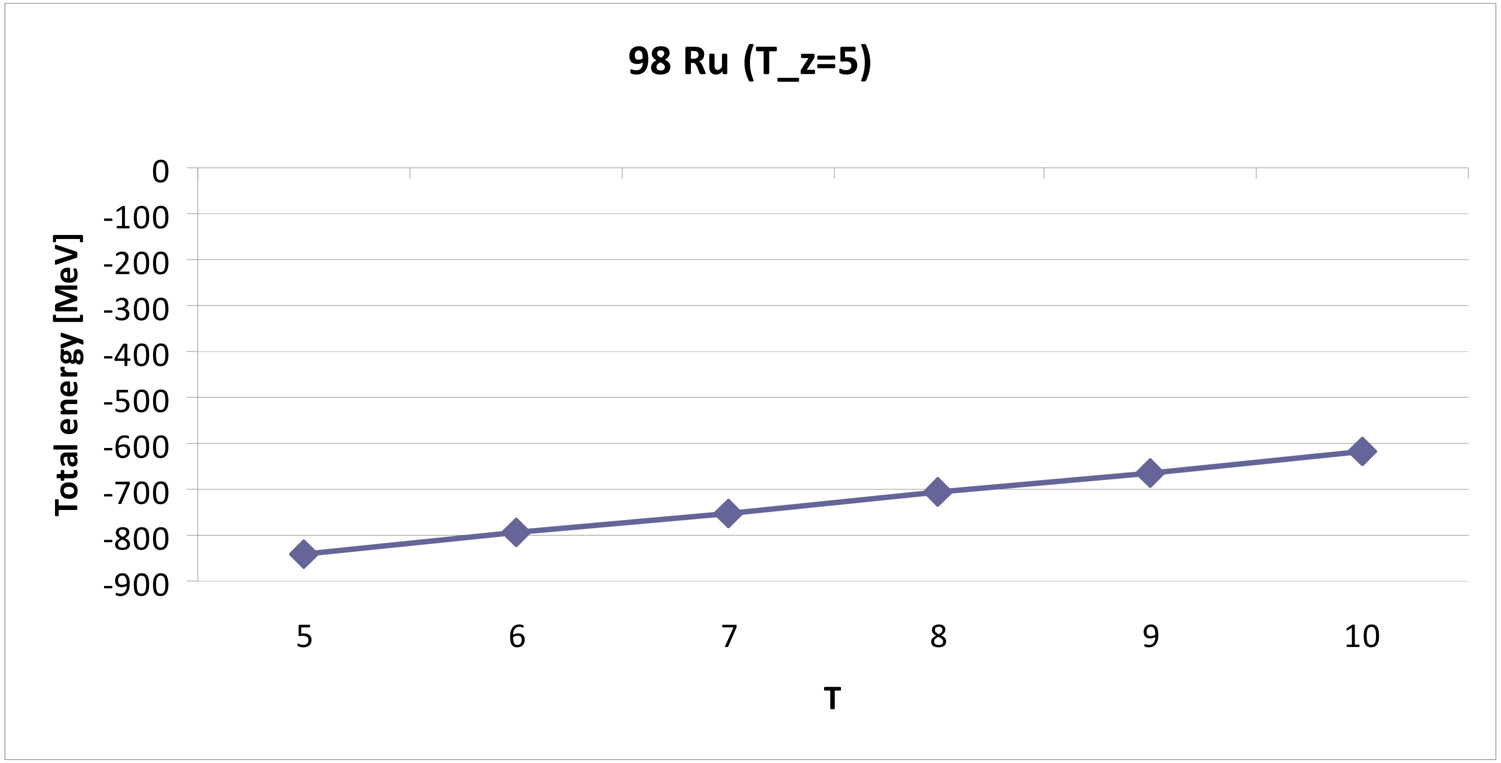
Wbrew oczekiwaniom, energie kolejnych stanów rosną liniowo w T, a nie ~T(T+1)

Zależność energii stanów bazy od izospinu w jądrach o Tz=5



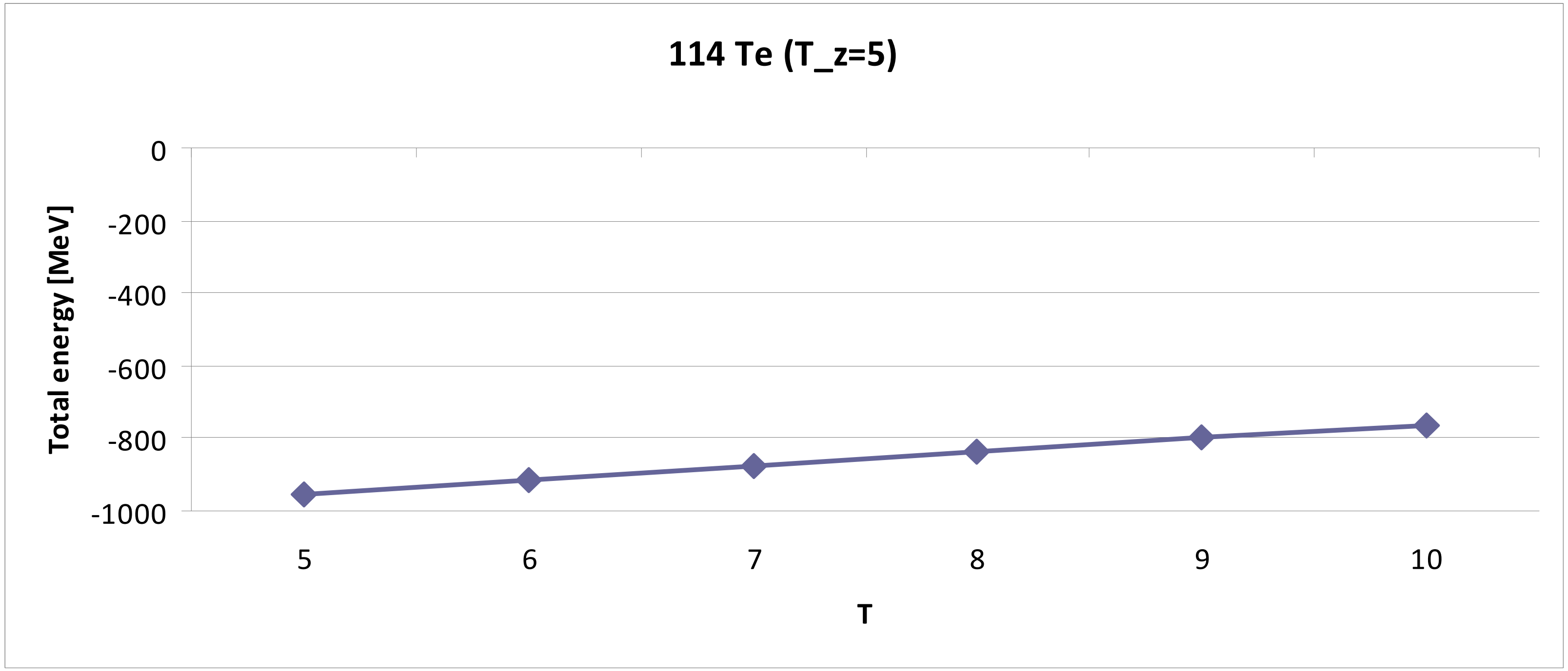
Wbrew oczekiwaniom, energie kolejnych stanów rosną liniowo w T, a nie ~T(T+1)

Zależność energii stanów bazy od izospinu w jądrach o Tz=5



Wbrew oczekiwaniom, energie kolejnych stanów rosną liniowo w T, a nie ~T(T+1)

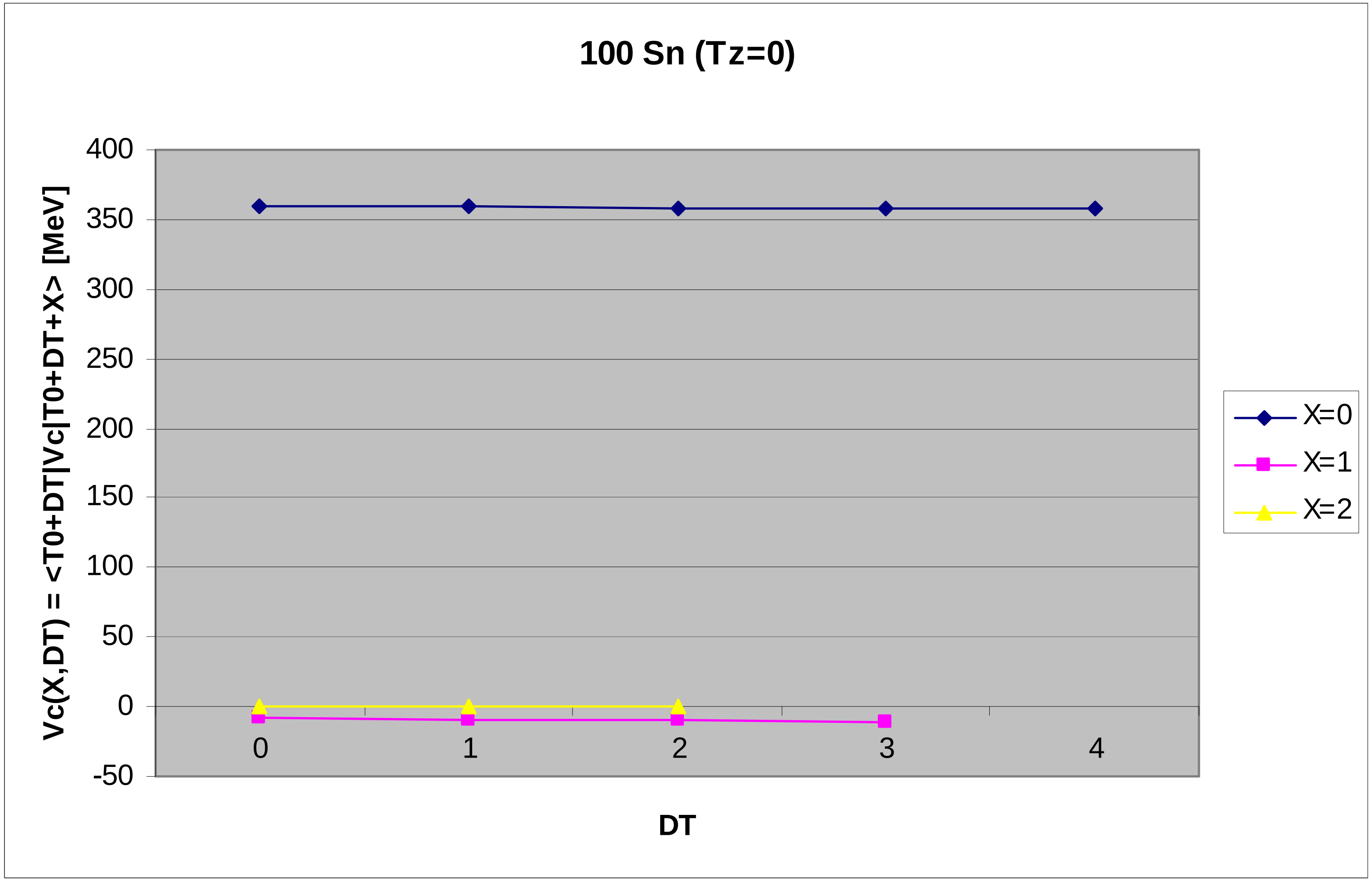
Zależność energii stanów bazy od izospinu w jądrach o Tz=5



Wbrew oczekiwaniom, energie kolejnych stanów rosną liniowo w T, a nie ~T(T+1)

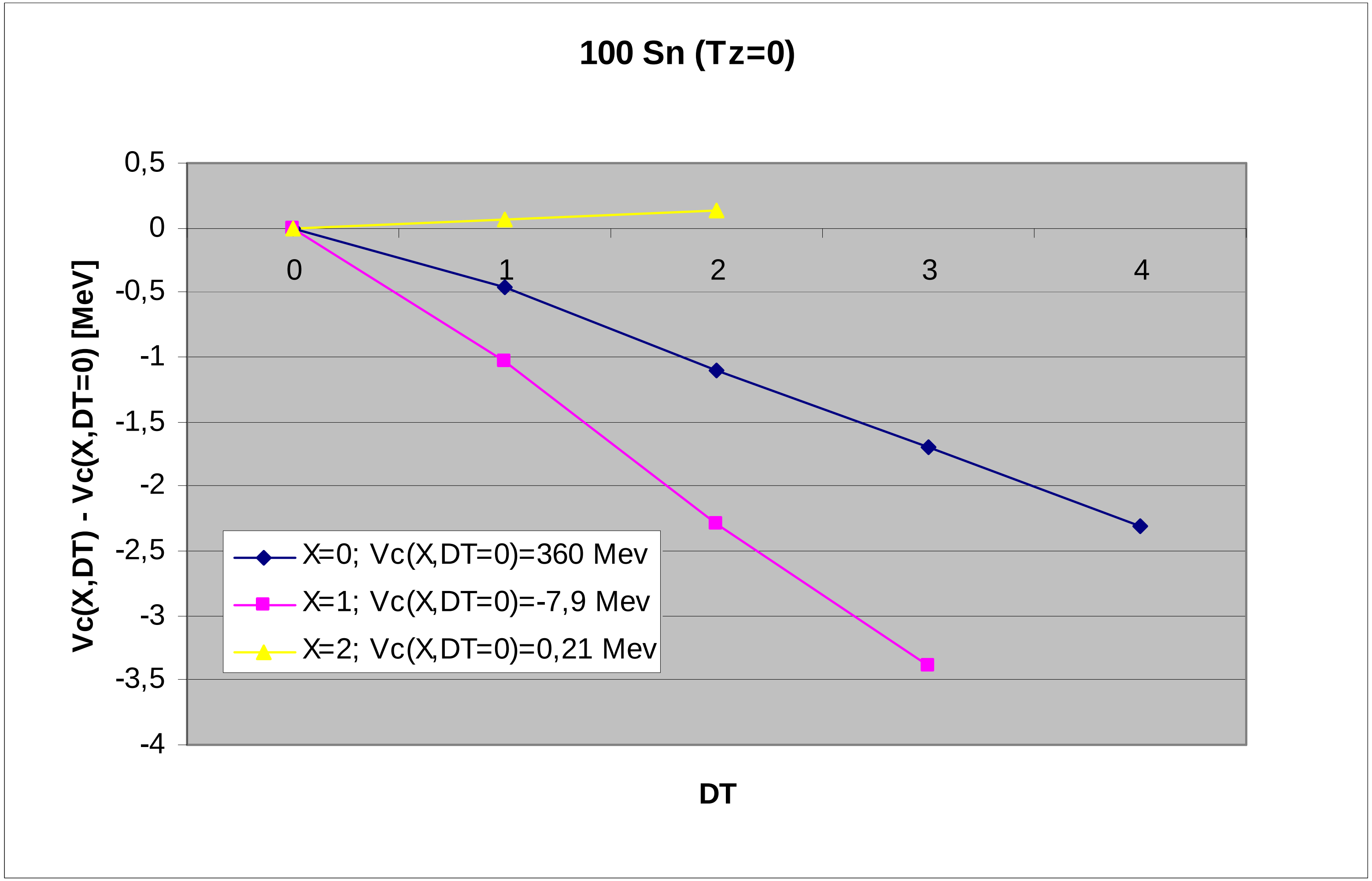
Struktura izospinowa macierzy kulombowskiej w ^{100}Sn

$$Vc(\Delta T,X) = \langle T=Tz+\Delta T|Vc|T=Tz+\Delta T+X\rangle$$



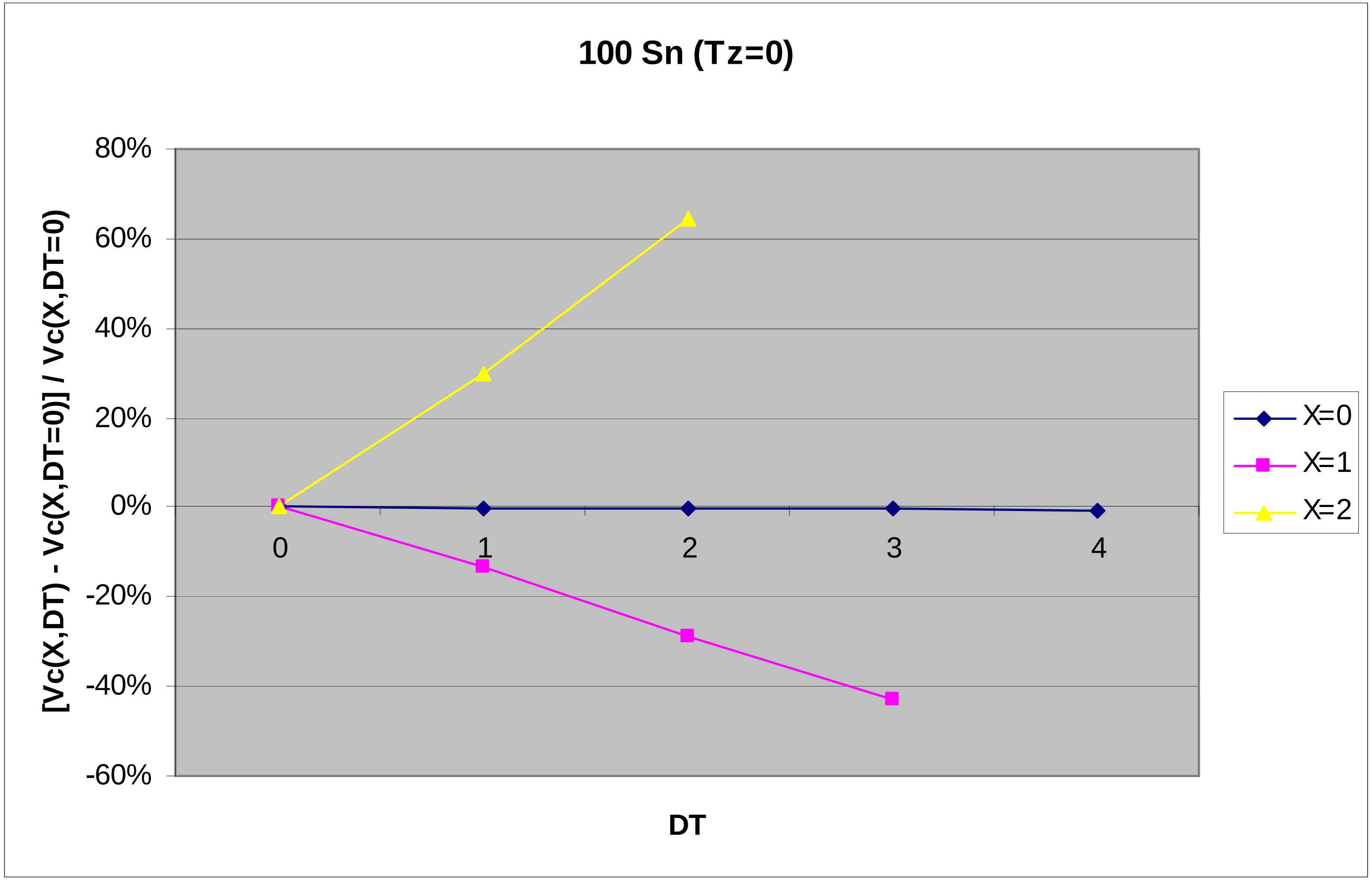
Struktura izospinowa macierzy kulombowskiej w ^{100}Sn

$$Vc(\Delta T,X) = \langle T=Tz+\Delta T|Vc|T=Tz+\Delta T+X\rangle$$



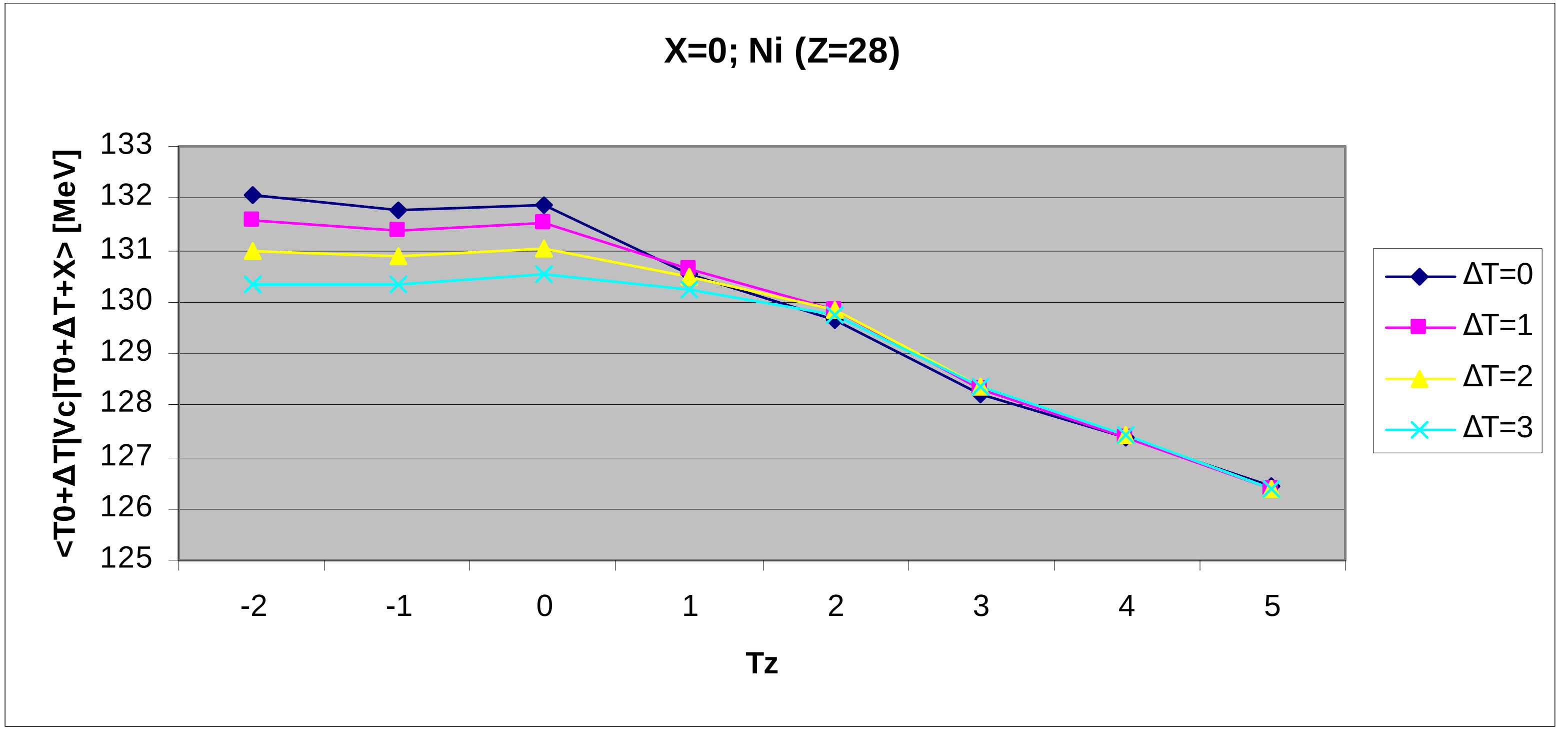
Struktura izospinowa macierzy kulombowskiej w ^{100}Sn

$$Vc(\Delta T,X) = \langle T=Tz+\Delta T|Vc|T=Tz+\Delta T+X\rangle$$



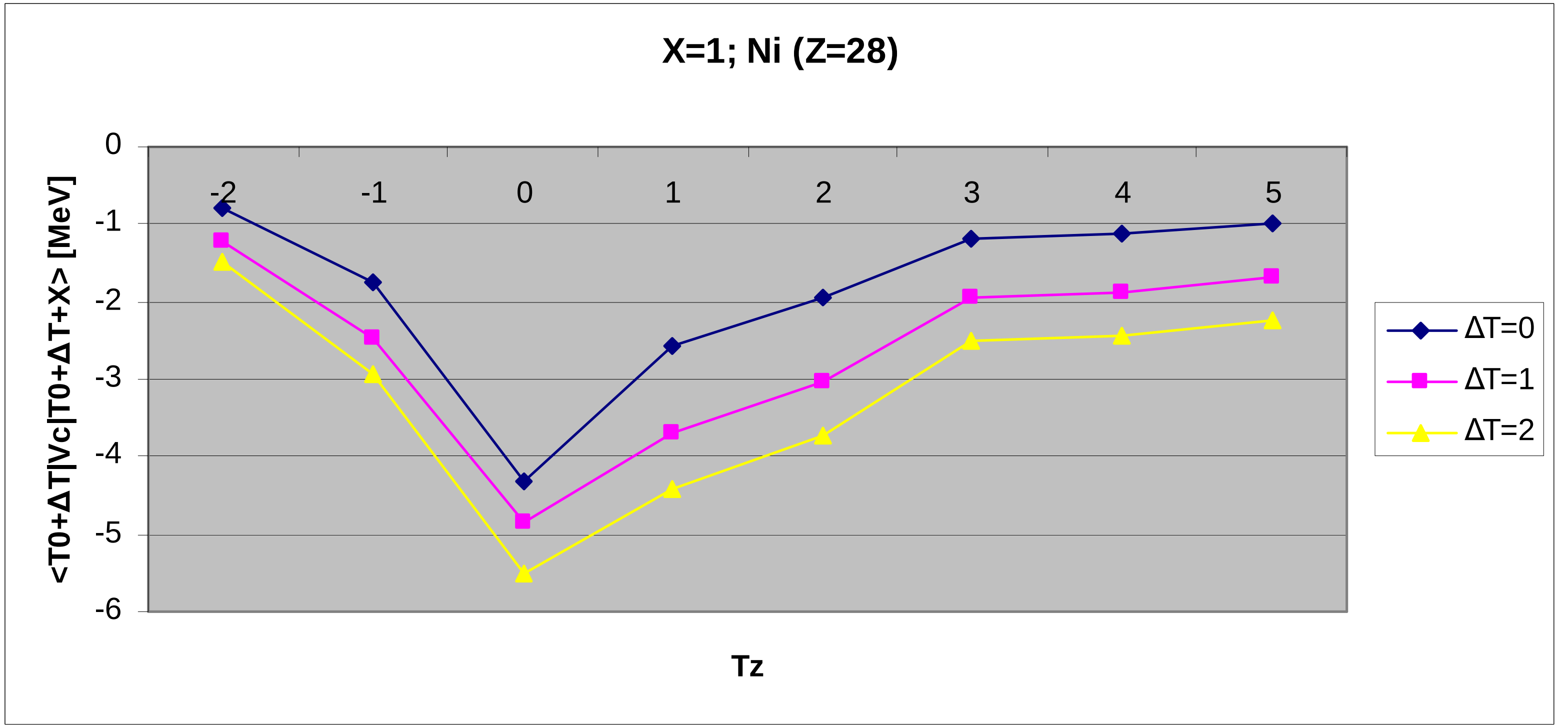
Struktura izospinowa macierzy kulombowskiej w jądrach Ni (Z=28)

$$Vc(\Delta T,X) = \langle T=Tz+\Delta T|Vc|T=Tz+\Delta T+X\rangle$$



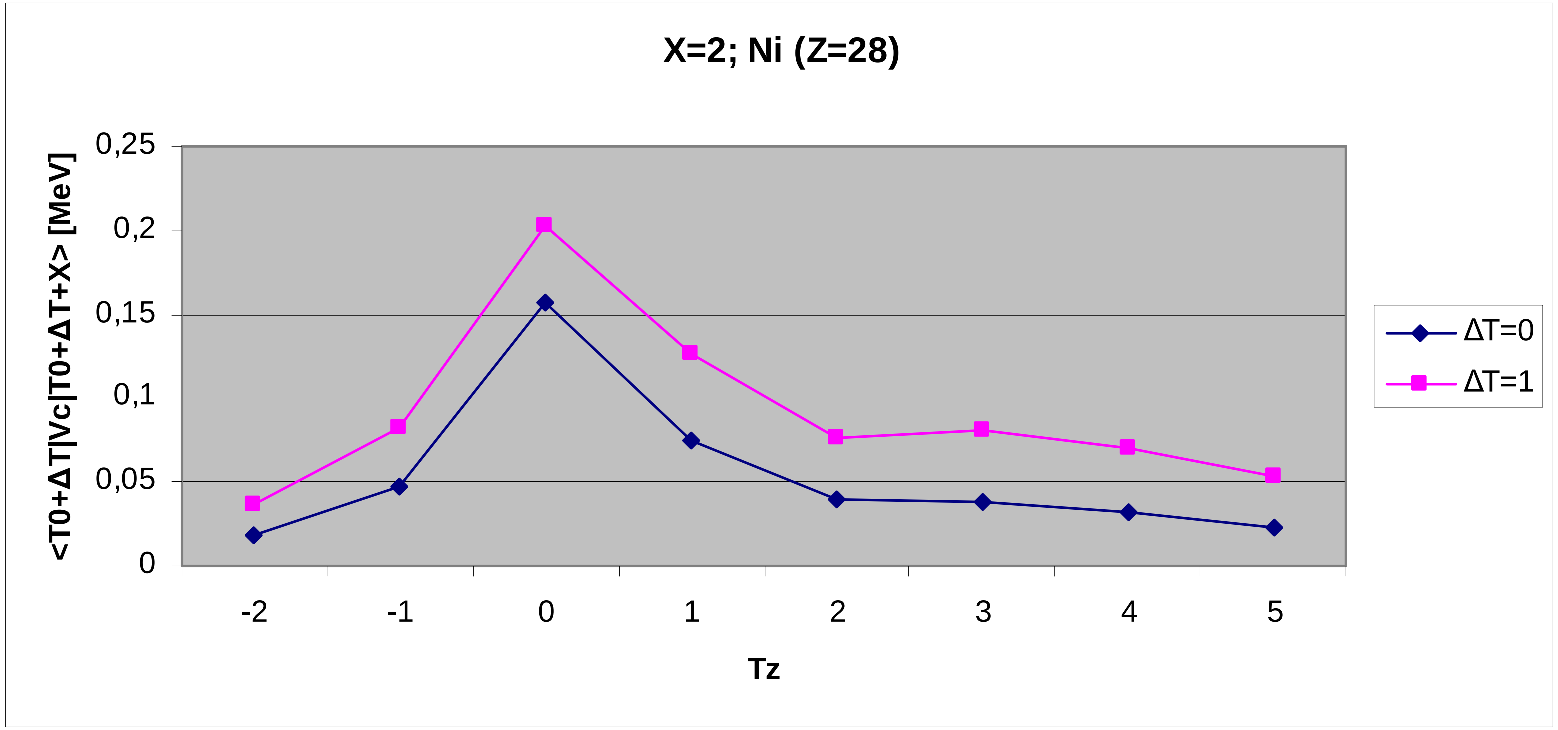
Struktura izospinowa macierzy kulombowskiej w jądrach Ni (Z=28)

$$Vc(\Delta T,X) = \langle T=Tz+\Delta T|Vc|T=Tz+\Delta T+X\rangle$$



Struktura izospinowa macierzy kulombowskiej w jądrach Ni (Z=28)

$$Vc(\Delta T,X) = <T=Tz+\Delta T|Vc|T=Tz+\Delta T+X>$$



Podsumowanie

- Zostało stworzone narzędzie umożliwiające rzutowanie na określony izospin,
- Pod warunkiem wytłumaczenia zależności wyników od parametrzacji siły Skyrma, wydaje się możliwe testowanie modelu standardowego z poziomu fizyki jądrowej,
- Do ^{100}Sn wystarczającą liczbą powłok jest $N_0= 12$,
- Mieszanie izospinowe rośnie z masą jądra,
- Obserwujemy zanik mieszania ze wzrostem $|T_z|$,
- Energia HF (przed rzutowaniem) jest prawie dobra: leży zaledwie ~30 keV powyżej energii uzyskanej po rediagonalizacji,
- Wyniki silnie zależą od wybranej parametryzacji siły Skyrma,
- Obserwujemy liniową zależność diagonalnych elementów macierzowych hamiltonianu od T,
- Poznajemy strukturę izospinową macierzy hamiltonianu.

Podsumowanie

- Zostało stworzone narzędzie umożliwiające rzutowanie na określony izospin,
- Pod warunkiem wytłumaczenia zależności wyników od parametrzacji siły Skyrma, wydaje się możliwe testowanie modelu standardowego z poziomu fizyki jądrowej,
- Do ^{100}Sn wystarczającą liczbą powłok jest $N_0 = 12$,
- Mieszanie izospinowe rośnie z masą jądra,
- Obserwujemy zanik mieszania ze wzrostem $|T_z|$,
- Energia HF (przed rzutowaniem) jest prawie dobra: leży zaledwie ~30 keV powyżej energii uzyskanej po rediagonalizacji,
- Wyniki silnie zależą od wybranej parametryzacji siły Skyrma,
- Obserwujemy liniową zależność diagonalnych elementów macierzowych hamiltonianu od T,
- Poznajemy strukturę izospinową macierzy hamiltonianu.

Dziękuję z uwagę !