

Symetria izobaryczna w jądrach atomowych

W. Satuła, J. Dobaczewski, W. Nazarewicz i M. Rafalski

Warszawa, 31.III.2010

Plan

1. Symetria izospinowa
2. Uzyskane wyniki – zmieszanie izospinowe
 - stany wysokospinowe i jądra odd-odd
 - stany krańcowe
3. Możliwości testowania unitarności macierzy CKM
4. Podsumowanie

Prezentowana procedura rzutowania na stany o określonym izospinie została zaimplementowana w programie HFODD.

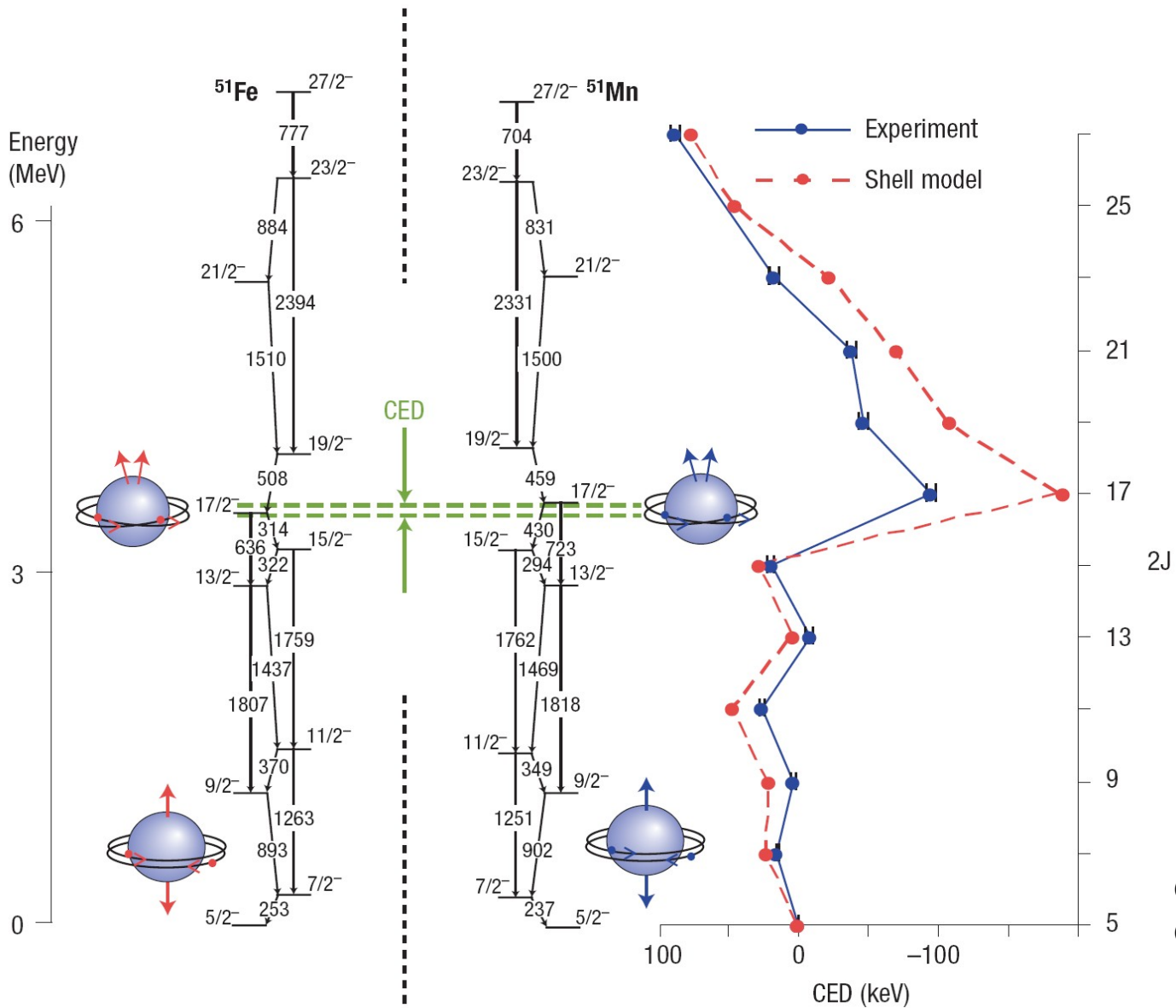
Wszystkie prezentowane rezultaty zostały otrzymane przy pomocy tego programu.

Symetria izospinowa

$Z=26, N=25$

$Z=25, N=26$

Mirror nuclei



CED =
Coulomb Energy Difference

We want to **restore isobaric symmetry** (in analogy to e.g. rotational symmetry) in order to compare our results to experimental ones.

In the **experiments** people obtain results connected to **laboratory coordinate system**, while values obtained in the **Mean Field** approach are derived for **body-fixed coordinate system** in which isospin symmetry is broken.

There are **two sources** of the isospin symmetry breaking:

- **physical**, caused mostly by Coulomb interaction (also, in much lesser extend, by the strong force isospin non-invariance and difference of neutron and proton masses)
- **unphysical**, related to the MF procedure (Spontaneous Symmetry Breaking)

Cognition of the isospin symmetry breaking mechanism is crucial e. g. for understanding of super-allowed β decay.

Within the nuclear DFT, the presence of the **neutron or proton excess** automatically yields isovector mean fields, i.e., different HF potentials for protons and neutrons.

We expand the mean-field wave function in a good-isospin basis:

$$|\text{MF}\rangle = \sum_{T \geq |T_z|} b_{T, T_z} |T, T_z\rangle, \quad \sum_{T \geq |T_z|} |b_{T, T_z}|^2 = 1$$

To assess the true isospin mixing, the total Hamiltonian (strong interaction plus the Coulomb interaction with the physical charge) is **redialagonalized** in the space spanned by the good-isospin wave functions:

$$|n, T_z\rangle = \sum_{T \geq |T_z|} a_{T, T_z}^n |T, T_z\rangle$$

$n=1$ corresponds to the isospin-mixed ground state. In practice, $T \leq T_z + 5$

AR (after redialagonalization): $\alpha_C = 1 - |a_{|T_z|, T_z}^{n=1}|^2 \quad E_{n=1, T_z}$

BR (before redialagonalization): $\alpha_C = 1 - |b_{|T_z|, T_z}|^2$

Stan ze złamaną symetrią

$$|\text{HF}\rangle = \sum_{T \geq |T_z|} a_T |\alpha, T, T_z\rangle$$

Operator rzutowy w reprezentacji spektralnej ma postać:

$$\hat{P}_{T_z T_z}^T = \sum_{\alpha} |\alpha, T, T_z\rangle \langle \alpha, T, T_z|$$

Ten sam operator wyrażony przy pomocy operatora obrotu w izoprzestrzeni:

$$\hat{P}_{T_z T_z}^T = \frac{2T + 1}{2} \int_0^\pi d\beta \sin \beta d_{T_z T_z}^{T*}(\beta) \hat{R}(\beta)$$

Możemy znaleźć energie stanów wyrzutowanych:

$$E^T = \frac{\langle \text{HF} | \hat{P}_{T_z T_z}^{T\dagger} \hat{H} \hat{P}_{T_z T_z}^T | \text{HF} \rangle}{\langle \text{HF} | \hat{P}_{T_z T_z}^{T\dagger} \hat{P}_{T_z T_z}^T | \text{HF} \rangle}$$

Hamiltonian składa się z dwóch części:

$$\hat{H} = \hat{H}_{Skyrme} + \hat{H}_{Coul.}$$

Izospinowo niezmienniczej

Łamiącej izospin

$$E_{Skyrme}^T = \frac{\langle \text{HF} | \hat{H}_{Skyrme} \hat{P}_{T_z T_z}^T | \text{HF} \rangle}{\langle \text{HF} | \hat{P}_{T_z T_z}^T | \text{HF} \rangle}$$

Jeśli zdefiniujemy stan HF obrócony w izoprzestrzeni:

$$|\widetilde{\text{HF}}(\beta)\rangle = \hat{R}(\beta)|\text{HF}\rangle$$

otrzymamy energię Skyrma stanu wyrzutowanego postaci:

$$E_{Skyrme}^T = \frac{\int_0^\pi d\beta \sin \beta d_{T_z T_z}^{T*}(\beta) \langle \text{HF} | \hat{H}_{Skyrme} | \widetilde{\text{HF}}(\beta) \rangle}{\int_0^\pi d\beta \sin \beta d_{T_z T_z}^{T*}(\beta) \langle \text{HF} | \widetilde{\text{HF}}(\beta) \rangle}$$

$$\hat{H} = \hat{H}_{Skyrme} + \hat{H}_{Coul.}$$

Izospinowo niezmiennicza

Łamiąca izospin

Oddziaływanie kulombowskie składa się z trzech części:

$$\hat{H}_{Coul.} = \hat{H}_{Coul.}^{IS} + \hat{H}_{Coul.}^{IV} + \hat{H}_{Coul.}^{IT}$$

izoskalarnej

isowektorowej

izotensorowej

Dwa ostatnie człony mieszają stany o różnym izospinie, powodując powstawanie pozadiagonalnych elementów macierzowych hamiltonianu. W związku z tym, aby otrzymać stany własne, musimy przeprowadzić

Rediagonalizację !!!

Uzyskane wyniki

Zmieszanie izospinowe

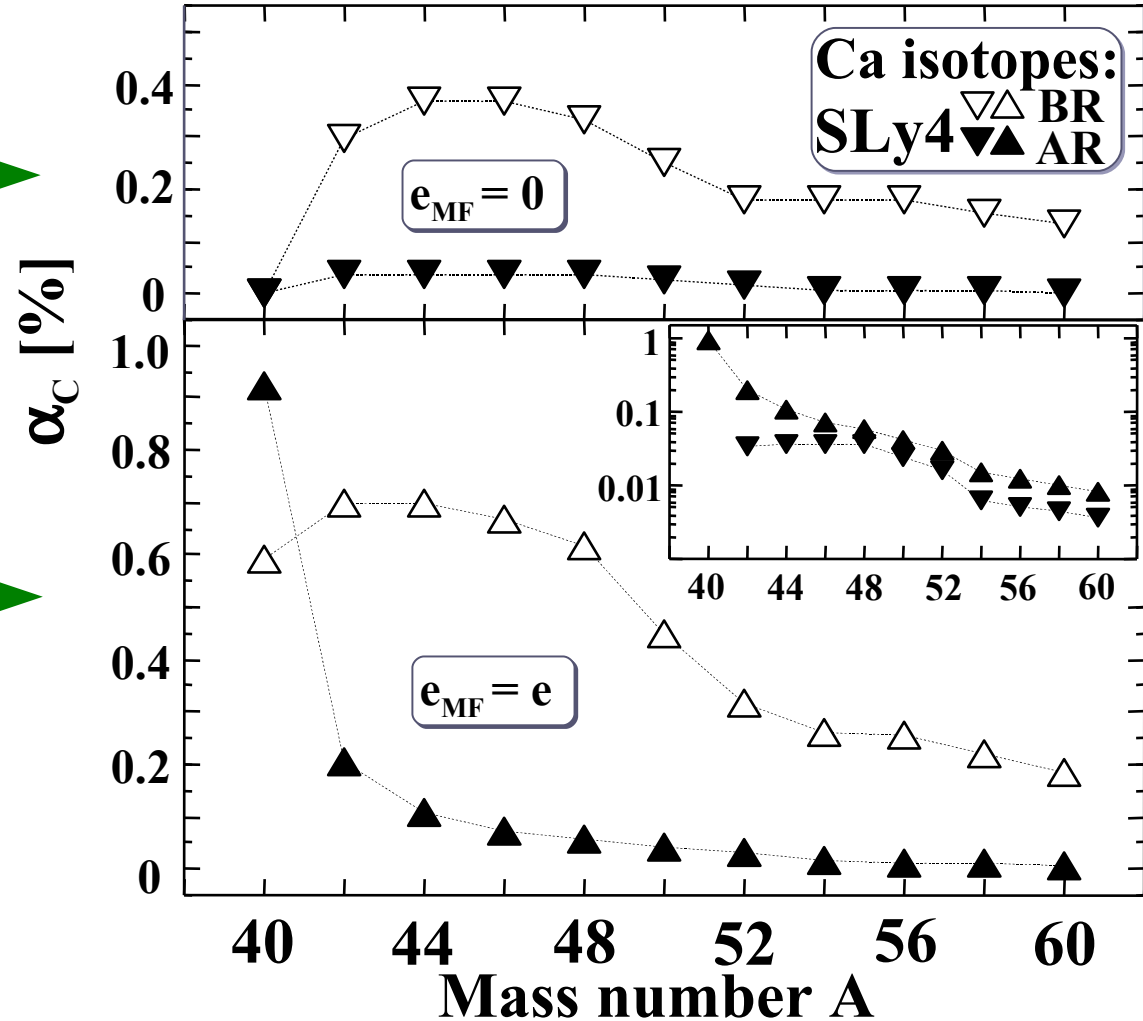
Here the HF is solved **without**
Coulomb $|\text{HF}; e_{\text{MF}}=0\rangle$

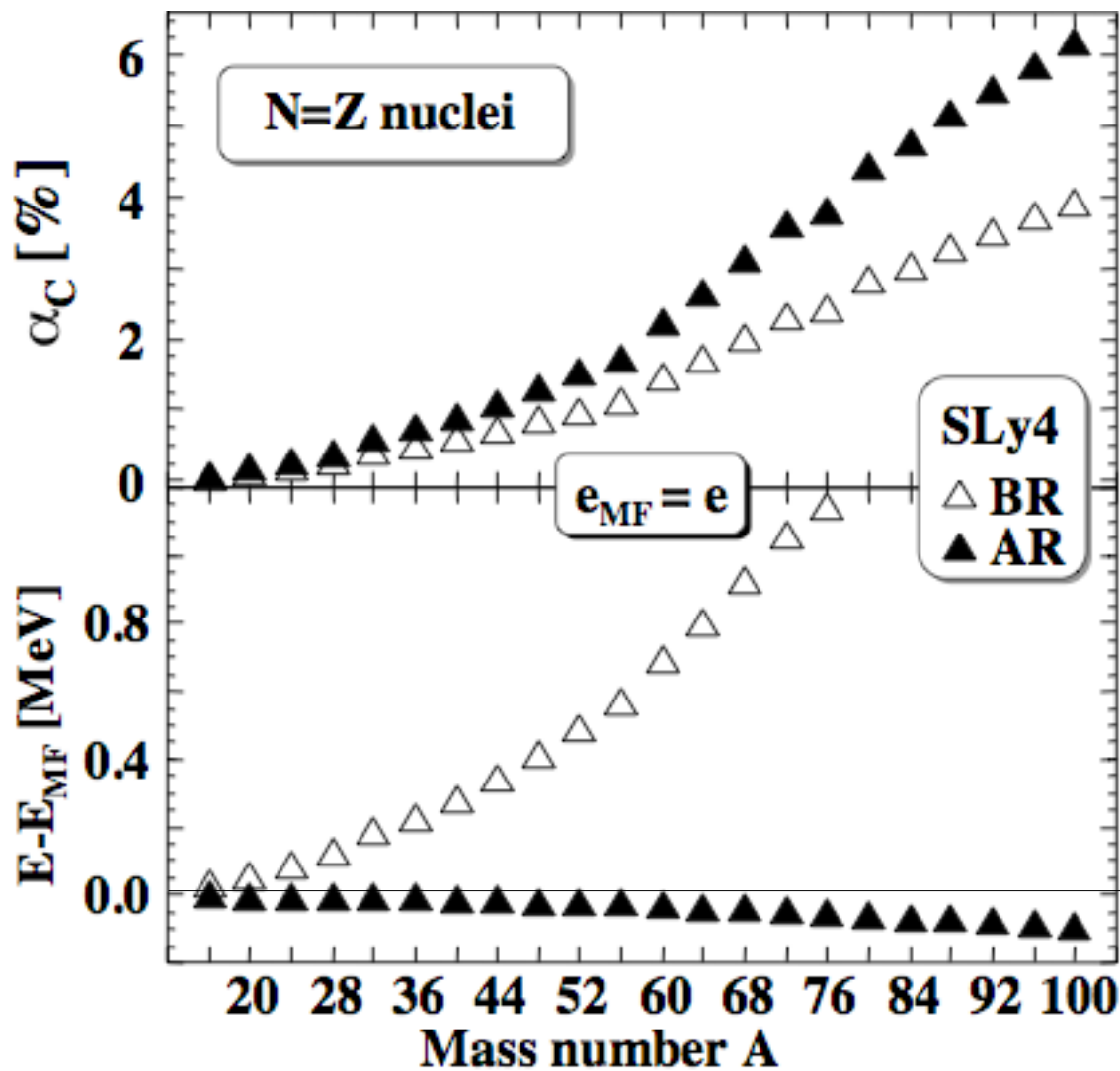


Here the HF is solved **with**
Coulomb $|\text{HF}; e_{\text{MF}}=e\rangle$



In both cases re-diagonalization
is performed for the total
Hamiltonian including
Coulomb





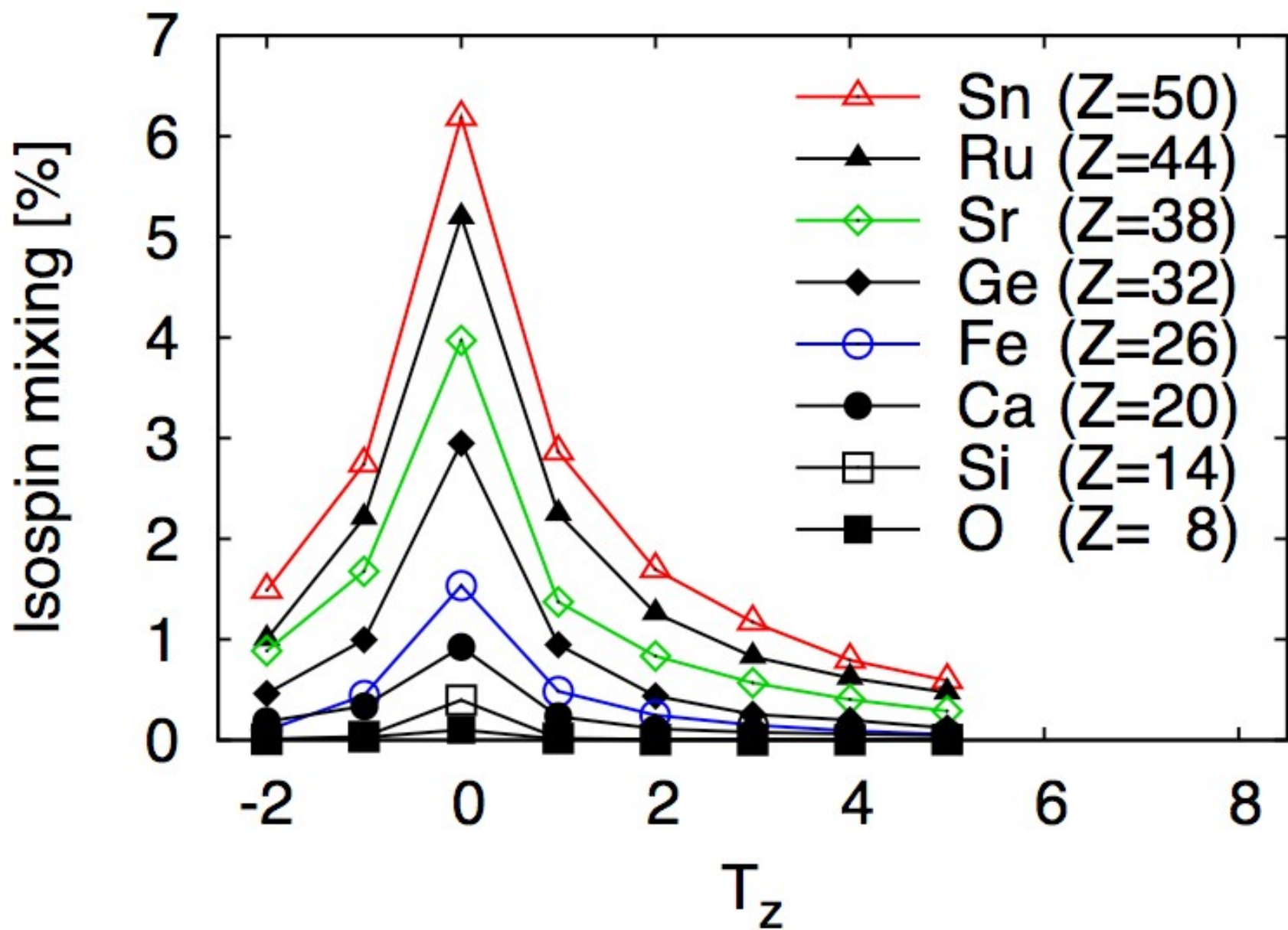
HF tries to reduce the isospin mixing by:

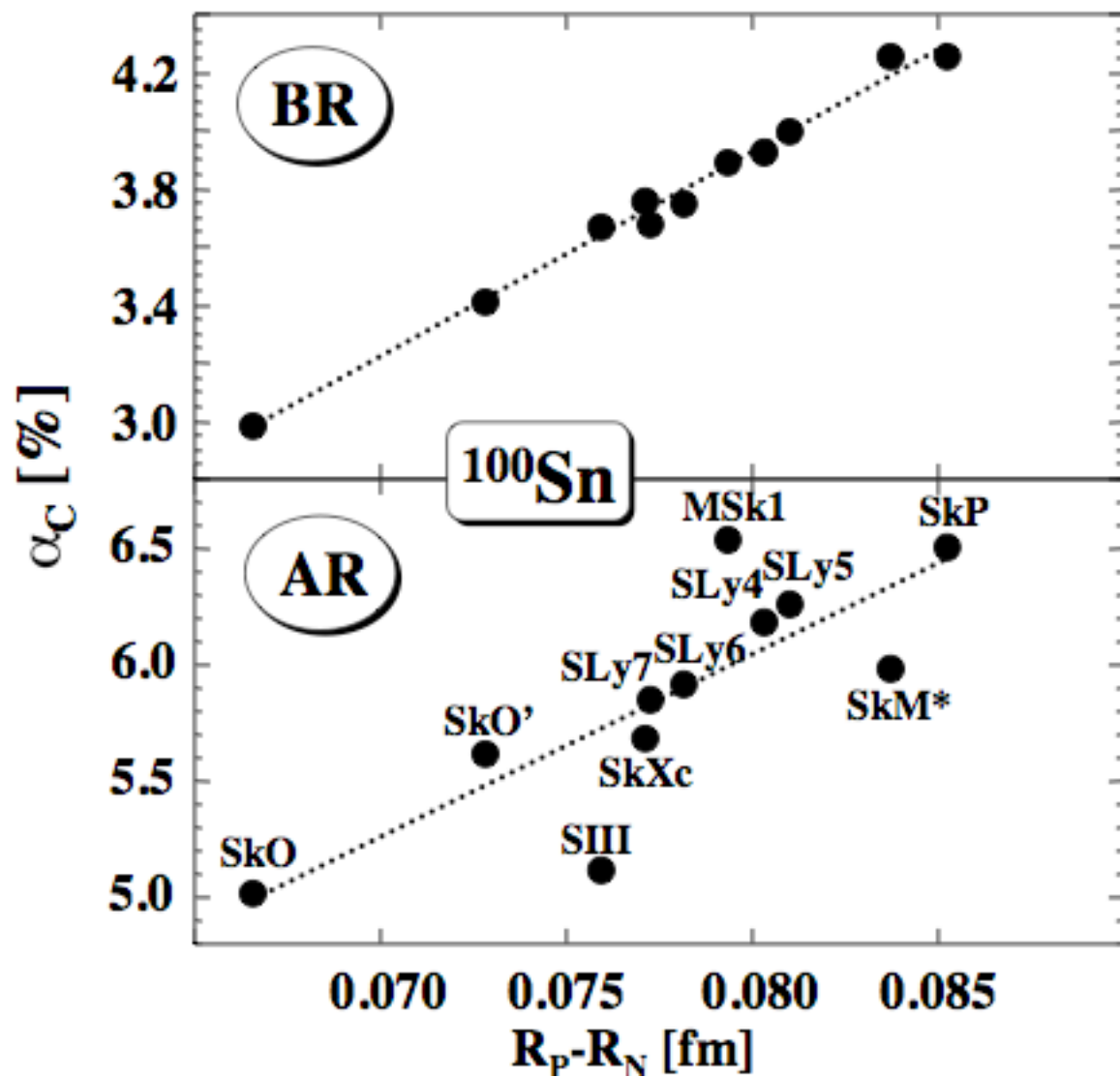
← $\sim 30\%$

in order to minimize the total energy.

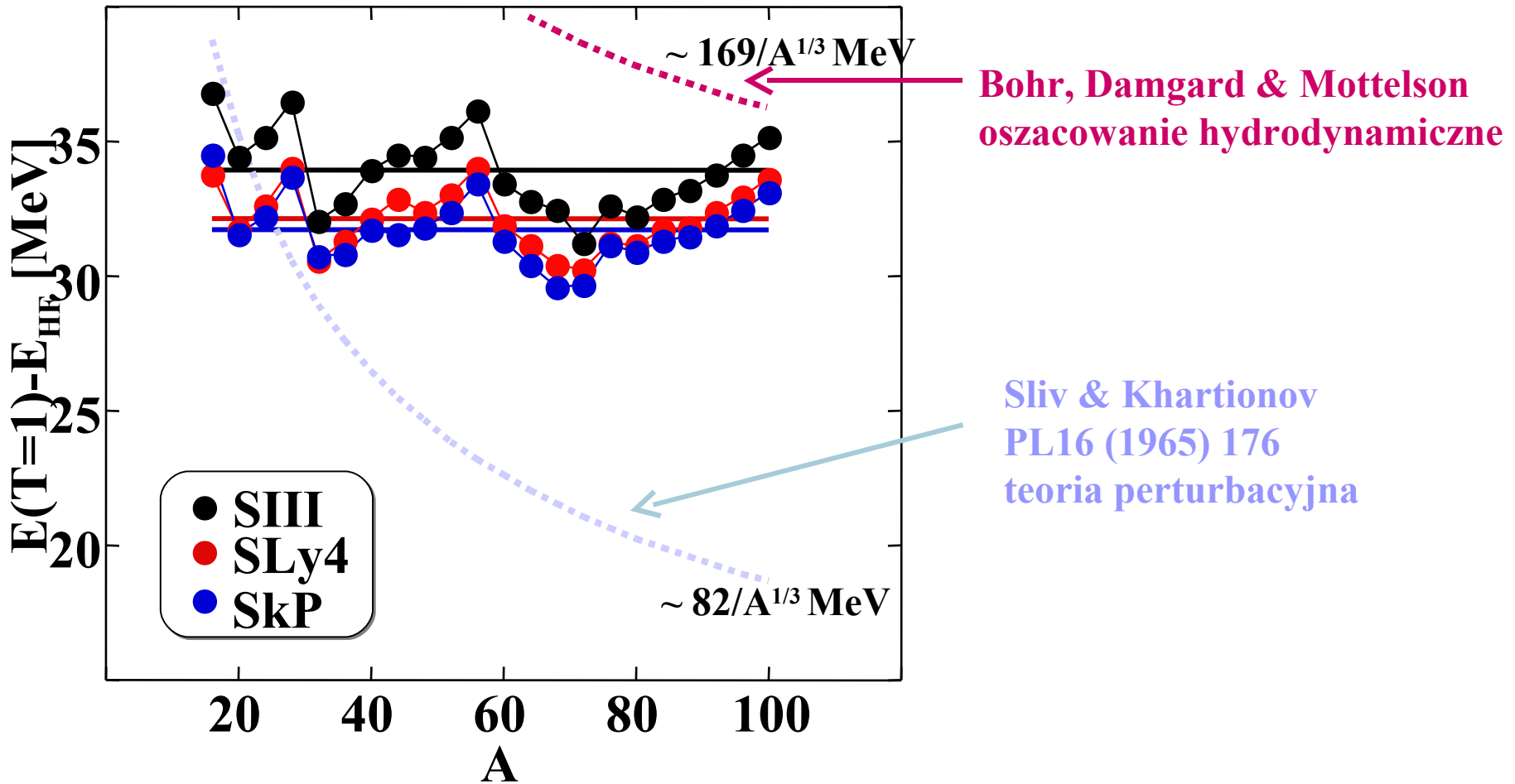
Projected energy is lower than HF only by:

← $\sim 90 \text{ keV}$





Położenie $T=1$ „doorway state” w jądrach $N=Z$



- „doorway state” ma bezpośredni wpływ na zmieszanie kulombowskie
- widzimy nieperturbacyjną naturę tego mieszania

Przywracanie symetrii izospinowej w stanach podstawowych jąder nieparzysto-nieparzystych o $N=Z$

Mean-field

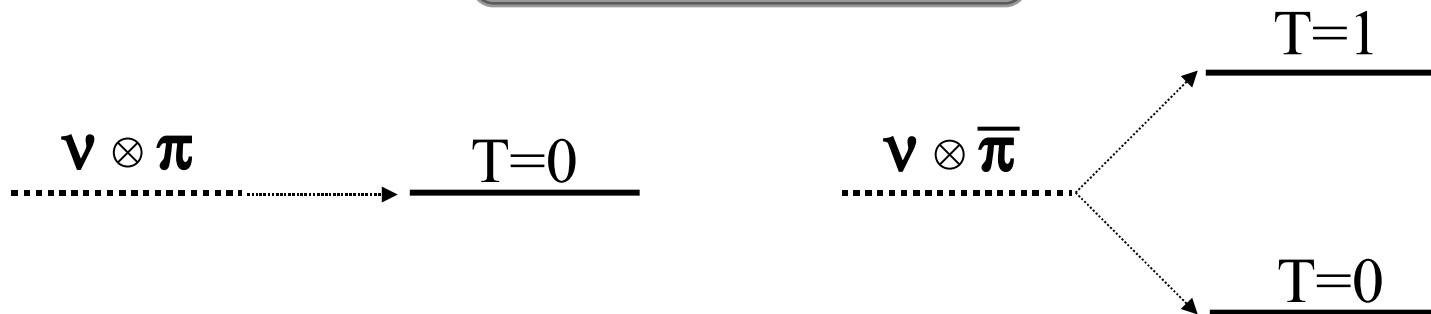
four-fold degeneracy of the sp levels



$V \otimes \pi$ or $\bar{V} \otimes \bar{\pi}$
aligned configuration

$V \otimes \bar{\pi}$ or $\bar{V} \otimes \pi$
anti-aligned configuration

Isospin projection



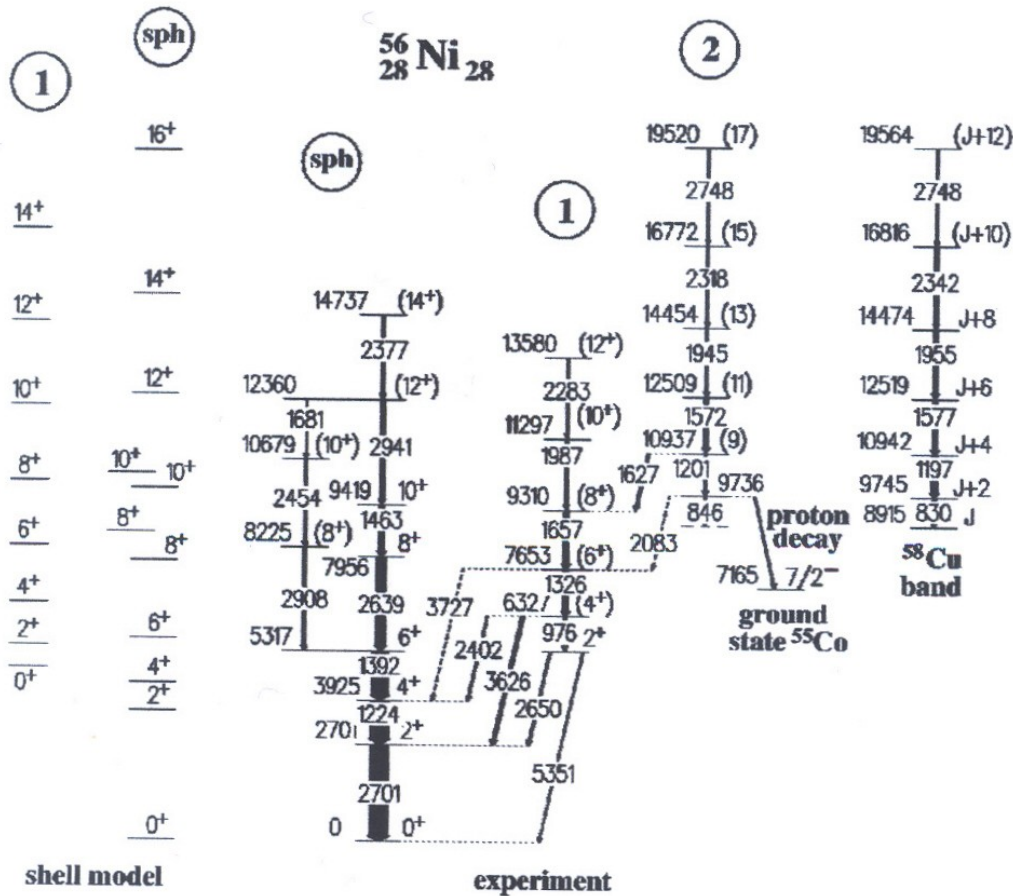
Metoda funkcjonału gęstości nawet po przywróceniu symetrii izospinowej nie jest w stanie poprawnie opisać struktury jąder nieparzysto-nieparzystych o $N=Z$:

- Człony Time-Odd (TO) funkcjonału powodują przesunięcie stanu $T=1$ w jądrze $N=Z$ odd-odd względem analogowych stanów $T=1$ w jądrach even-even $N=Z-2$ i $N=Z+2$. Człony TO są więc dodatkowym źródłem łamania symetrii izobarycznej w układzie wewnętrznym.

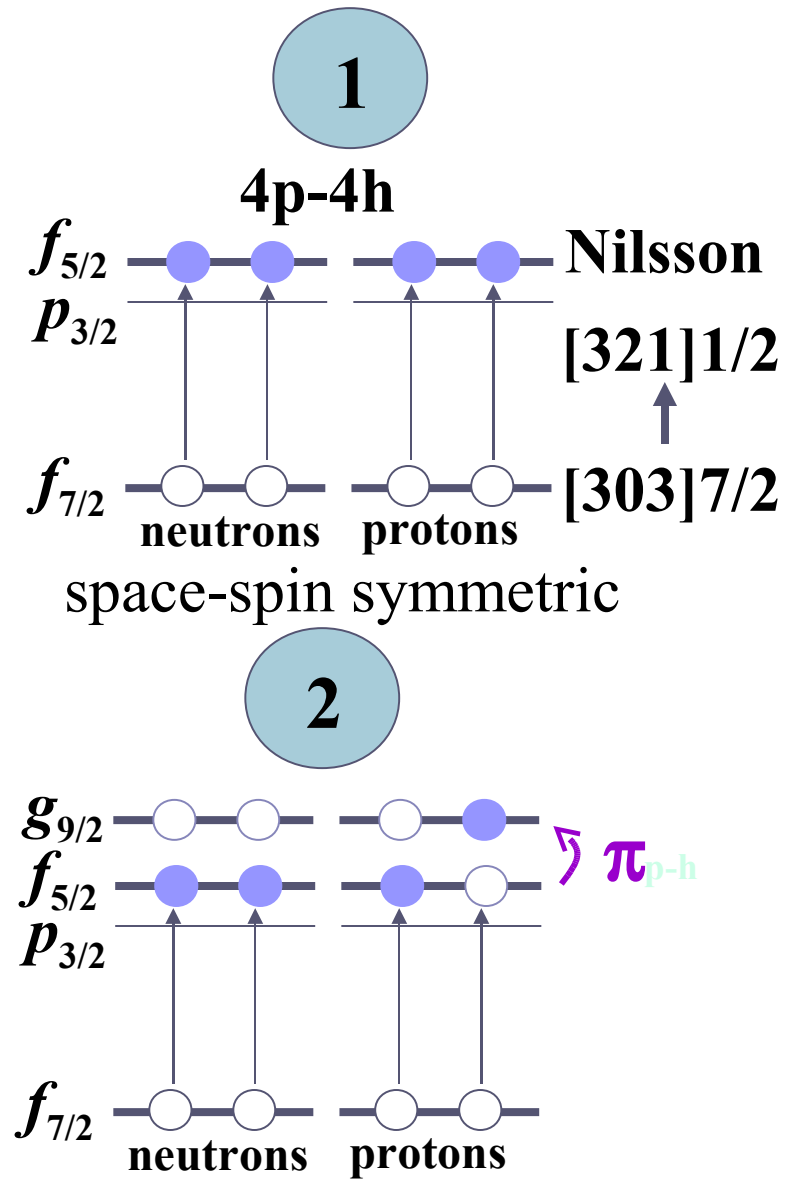
- Również przewidywany przez tę metodę izospin stanu podstawowego $T=0$ dla jąder o $A>40$ jest sprzeczny z doświadczeniem ($T=1$).

By przezwyciężyć ten problem konieczne jest jednoczesne rzutowanie na izospin i moment pędu.

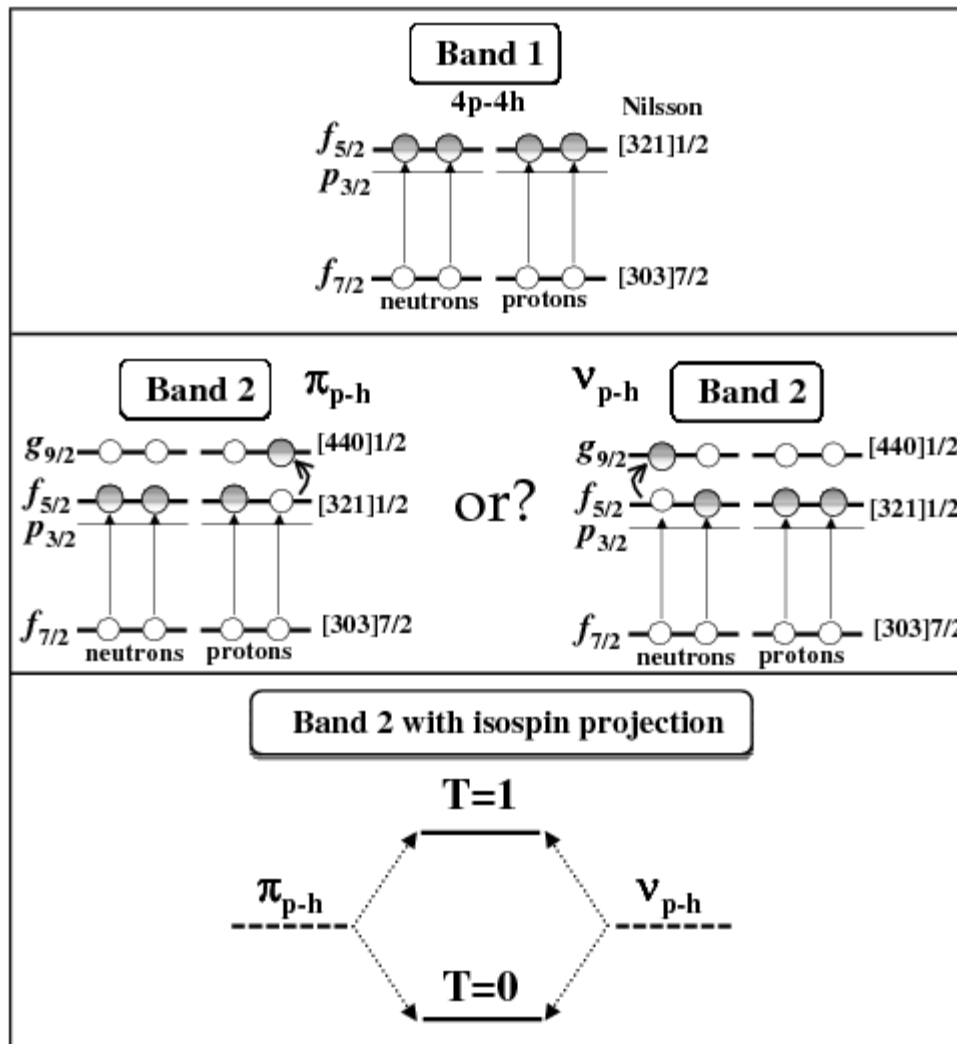
Isospin symmetry violation in superdeformed bands in ^{56}Ni

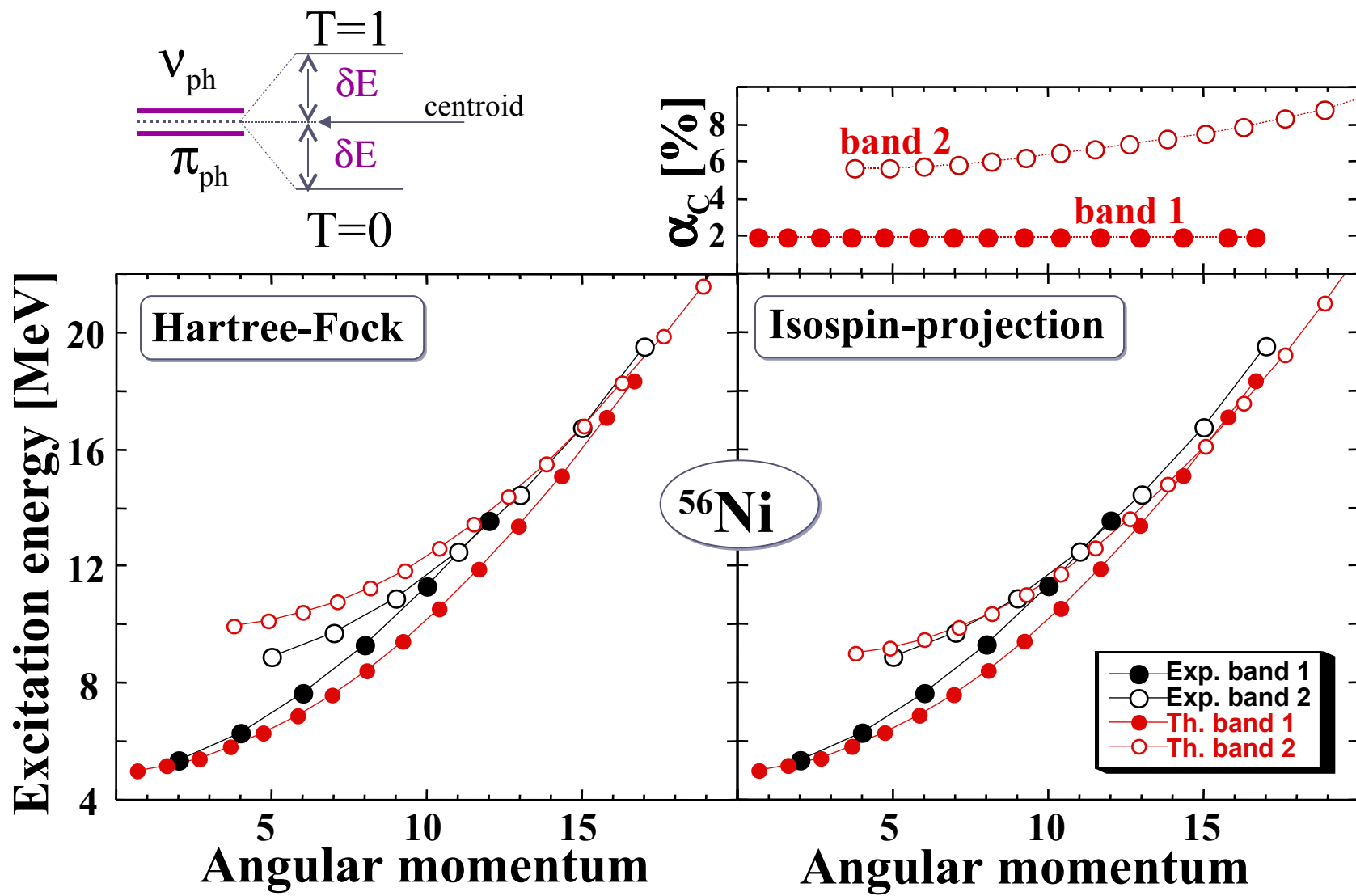


D. Rudolph et al. PRL82, 3763 (1999)



two isospin asymmetric degenerate solutions





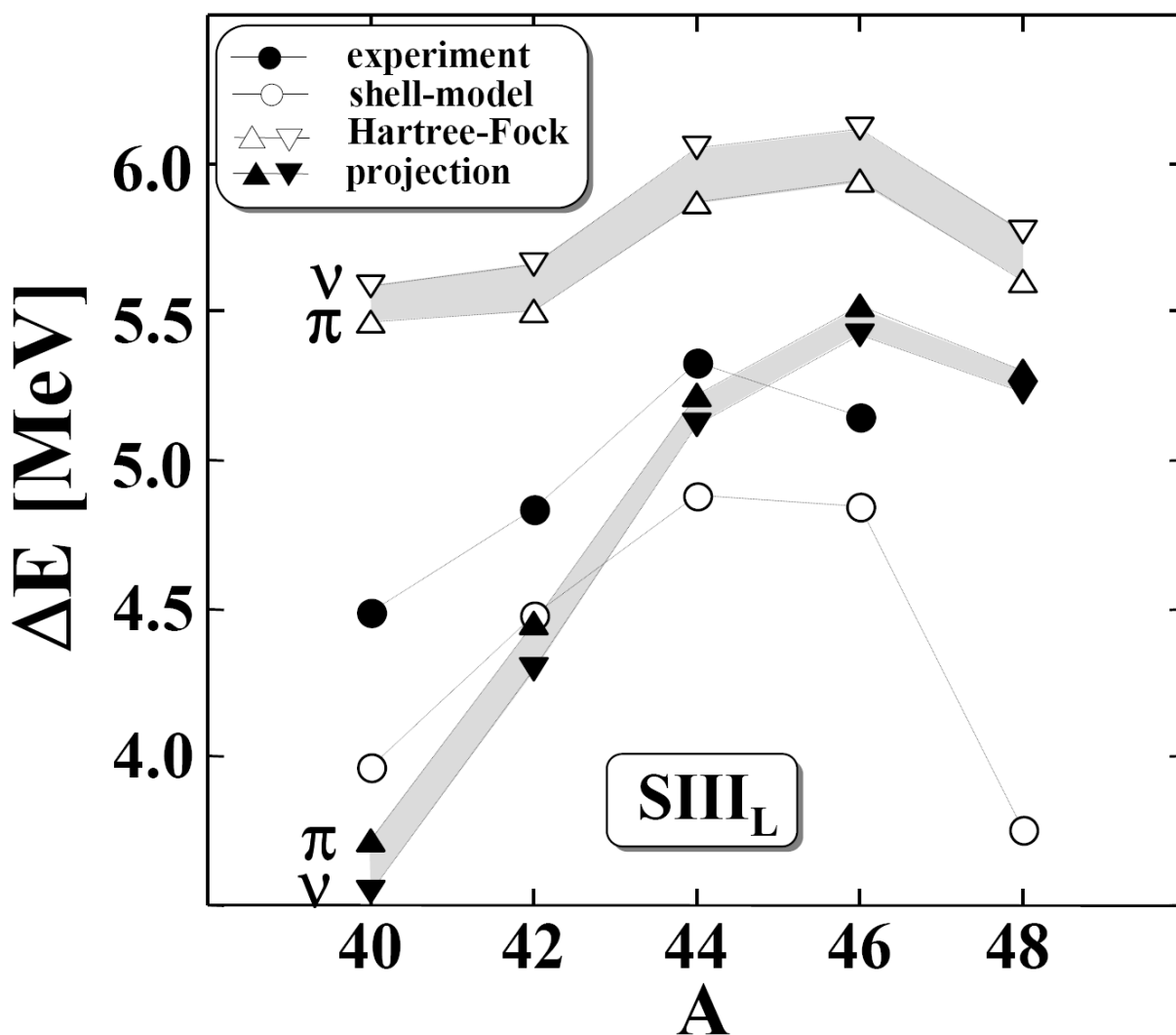
Łamanie symetrii izospinowej w stanach krańcowych

- Stany o **maksymalnym spinie** możliwym do zbudowania w danej przestrzeni modelu powłokowego
- **Poprawki** od rzutowania na spin są **znikome** (dzięki prawie sferycznemu kształtowi)
- Przedstawione zostaną wyniki dla **stanów** o konfiguracjach:

$$\begin{array}{ccc} [f_{7/2}^n]_{I_{max}} & \text{i} & [d_{3/2}^{-1} f_{7/2}^{n+1}]_{I_{max}} \\ & \swarrow \quad \searrow & \\ [d_{3/2}^{-1} f_{7/2}^{n+1}]_{I_{max}}^{\pi} & & [d_{3/2}^{-1} f_{7/2}^{n+1}]_{I_{max}}^{\nu} \end{array}$$

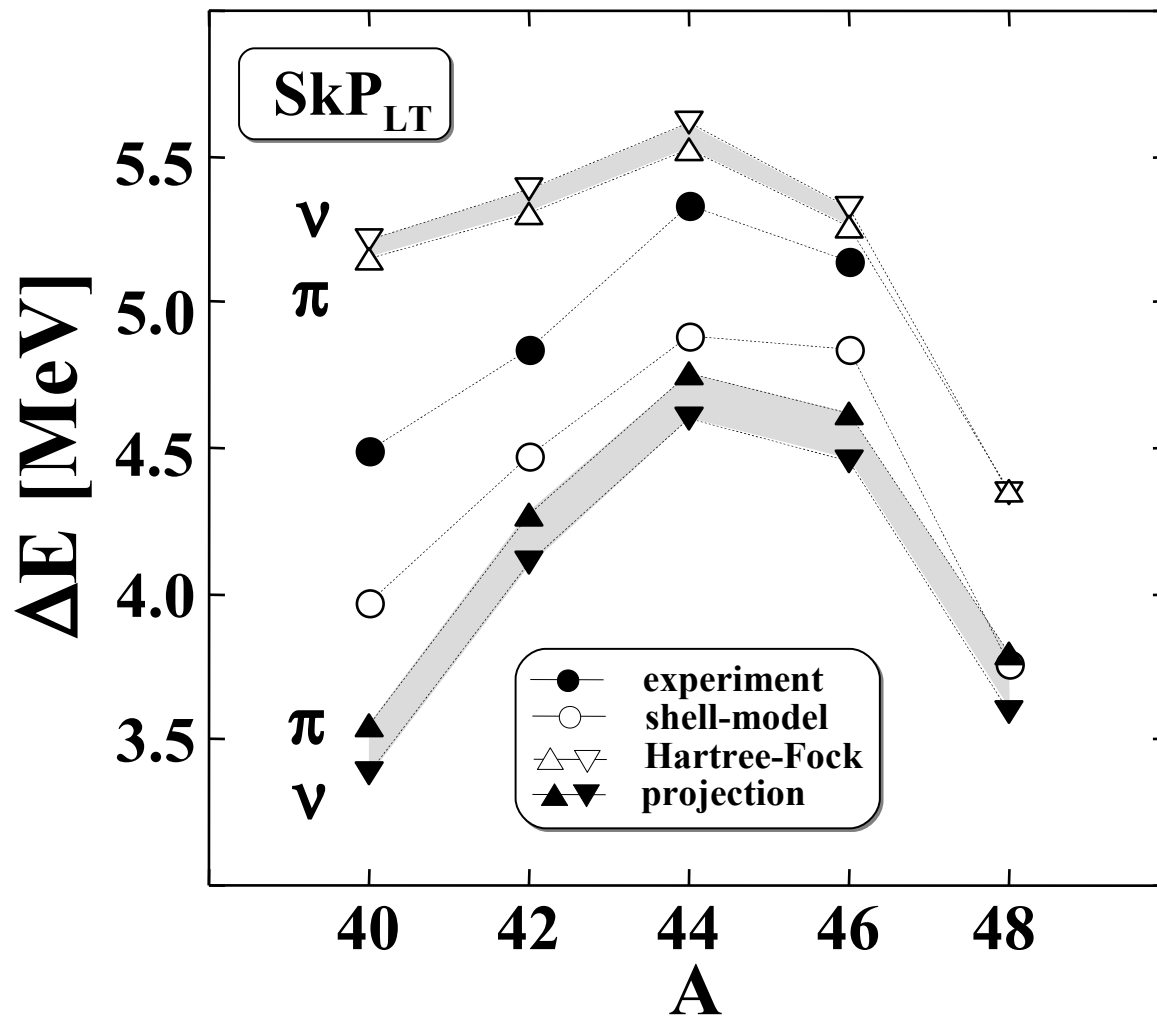
- Znow napotykamy **łamanie symetrii izobarycznej**, ponieważ:

$$E([d_{3/2}^{-1} f_{7/2}^{n+1}]_{I_{max}}^{\pi}) \approx E([d_{3/2}^{-1} f_{7/2}^{n+1}]_{I_{max}}^{\nu})$$



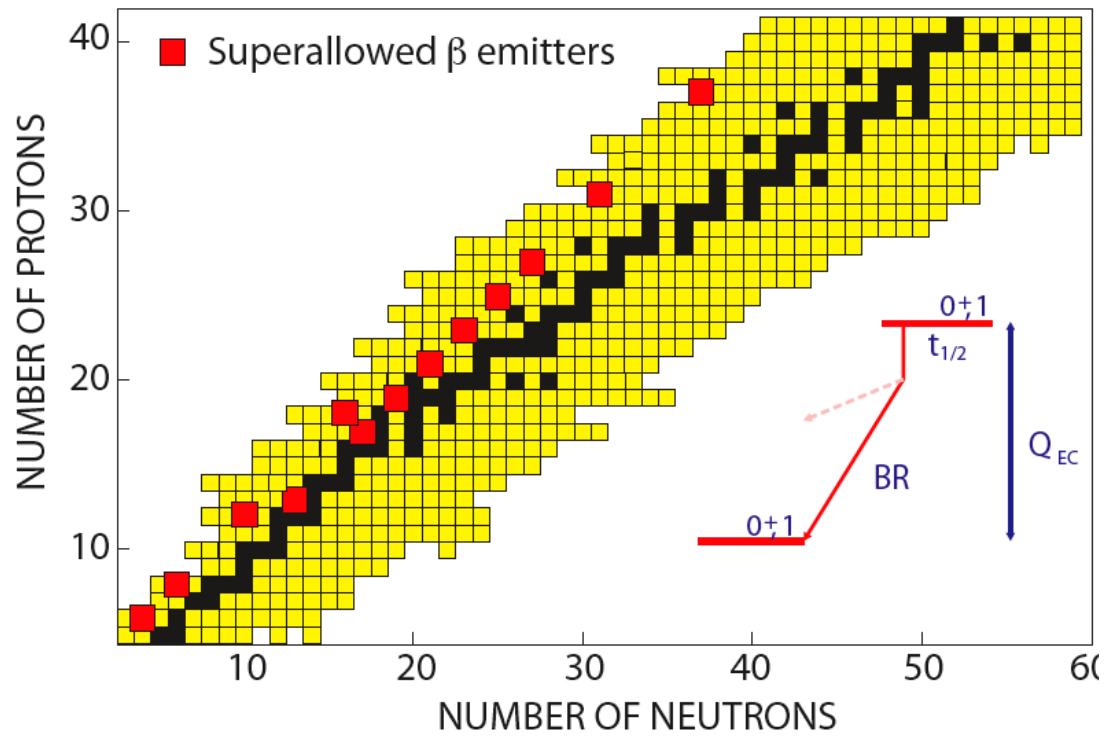
$$\Delta E = E([d_{3/2}^{-1} f_{7/2}^{n+1}]_{I_{max}}) - E([f_{7/2}^n]_{I_{max}})$$

Wyniki rzutowania mają **inny trend** niż eksperyment i model powłokowy



- Wyniki rzutowania mają **trend zgodny** z eksperymentem i modelem powłokowym
- Widzimy pewne **odstępstwo** od wartości doświadczalnych

Plany na przyszłość:
testowanie modelu standardowego



Możliwości testowania unitarności macierzy CKM

poprzez superdozwolony rozpad β

Poprawność modelu standardowego jest nierozzerwalnie związana z zagadnieniem unitarności macierzy CKM, które w związku z tym jest jednym z intensywnie badanych problemów fizyki cząstek elementarnych. Okazuje się, że również fizyka jądrowa może mieć istotny wkład w rozwiązanie powyższego zagadnienia. Pomiar superdozwolonego rozpadu β Fermiego pomiędzy jądrowymi stanami analogowymi $J^\pi = 0^+, T = 1$ pozwala na precyzyjne wyznaczenie elementu V_{ud} macierzy Cabibbo-Kobayashi-Maskawy:

$$\begin{pmatrix} d' \\ s' \\ b' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} V_{ud} & V_{us} & V_{ub} \\ V_{cd} & V_{cs} & V_{cb} \\ V_{td} & V_{ts} & V_{tb} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} d \\ s \\ b \end{pmatrix}$$

Wyznaczenie wartości V_{ud} umożliwia testowanie modelu standardowego przez badanie unitarności macierzy CKM w zakresie jej górnego rzędu: polega ono na sprawdzeniu, czy $|V_{ud}|^2 + |V_{us}|^2 + |V_{ub}|^2 = 1$.

Badanie superdozwolonego rozpadu β Fermiego pomiędzy stanami $J^\pi = 0^+, T = 1$ w jądrze matki i jądrze córki dostarcza informacji niezbędnych do wyznaczenia elementu V_{ud} macierzy CKM. Wartość V_{ud} otrzymywana jest ze wzoru:

$$V_{ud}^2 = \frac{K}{G_F^2 ft |M_F|^2},$$

gdzie K jest stałą liczbową: $K = \frac{2\pi^3 \hbar^7 \ln 2}{m_e^5 c^4}$, G_F stałą sprzężenia wektorowego a $|M_F|$ jest elementem macierzowym Fermiego. Gdyby symetria izospinowa była zachowana, to dla rozpatrywanych stanów o $T = 1$ element Fermiego miałby wartość: $|M_F| = |M_0| = \sqrt{2}$. Jednakże, z powodu łamania wspomnianej symetrii w jądrze atomowym, musimy wyznaczyć poprawkę do $|M_F|$:

$$|M_F|^2 = |M_0|^2 (1 - \delta_C).$$

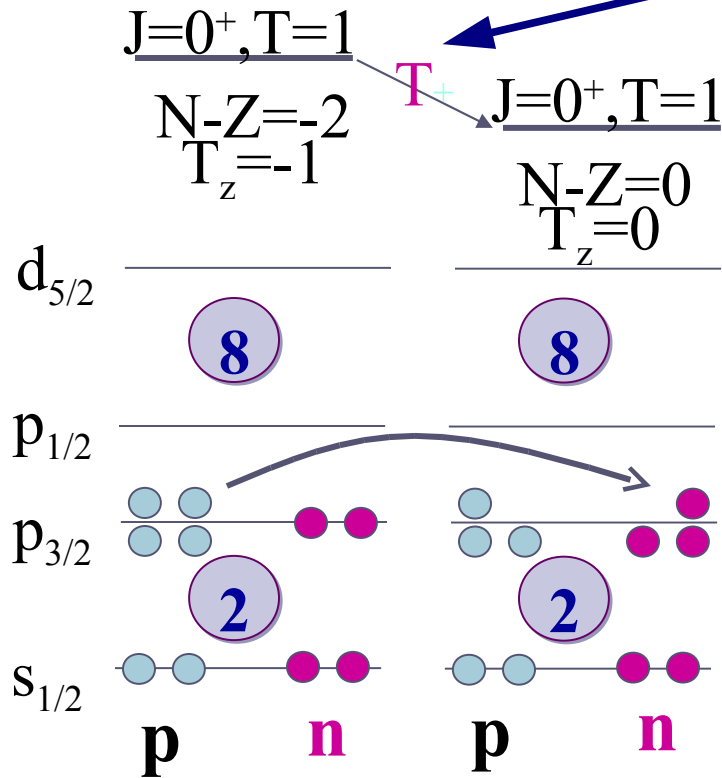
unitarity of the CKM matrix:

$$\begin{pmatrix} d' \\ s' \\ b' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} V_{ud} & V_{us} & V_{ub} \\ V_{cd} & V_{cs} & V_{cb} \\ V_{td} & V_{ts} & V_{tb} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} d \\ s \\ b \end{pmatrix}$$

requires:

$$|V_{ud}|^2 + |V_{us}|^2 + |V_{ub}|^2 = 1$$

superallowed β decay

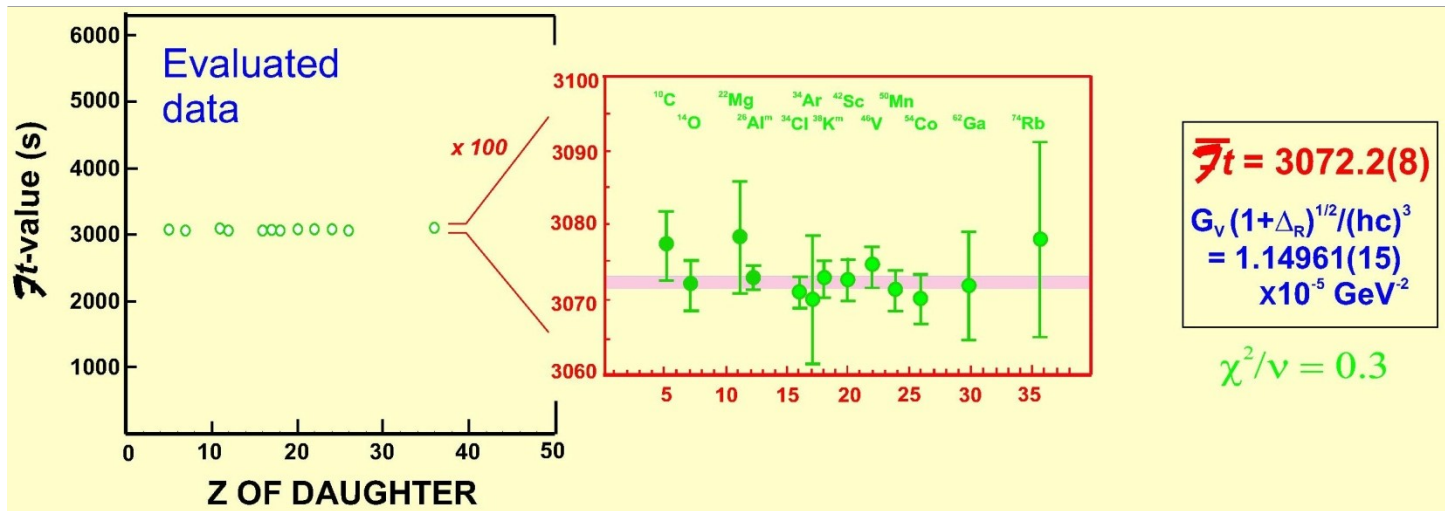


$$V_{ud}^2 = \frac{K}{2G_F^2(1 + \Delta_R^V)\mathcal{F}t}$$

$$\mathcal{F}t = f_+^2(1 + \delta'_R)(1 + \delta_{NS} - \delta_c)$$

Experiment:
constant

isospin correction



$$|V_{ud}| = 0.97425 \pm 0.00023$$

Z rozpadu cząstki:

pion: $|V_{ud}| = 0.9749 \pm 0.0026$

neutron: $|V_{ud}| = 0.9746 \pm 0.0019$

Test unitarności macierzy CKM:

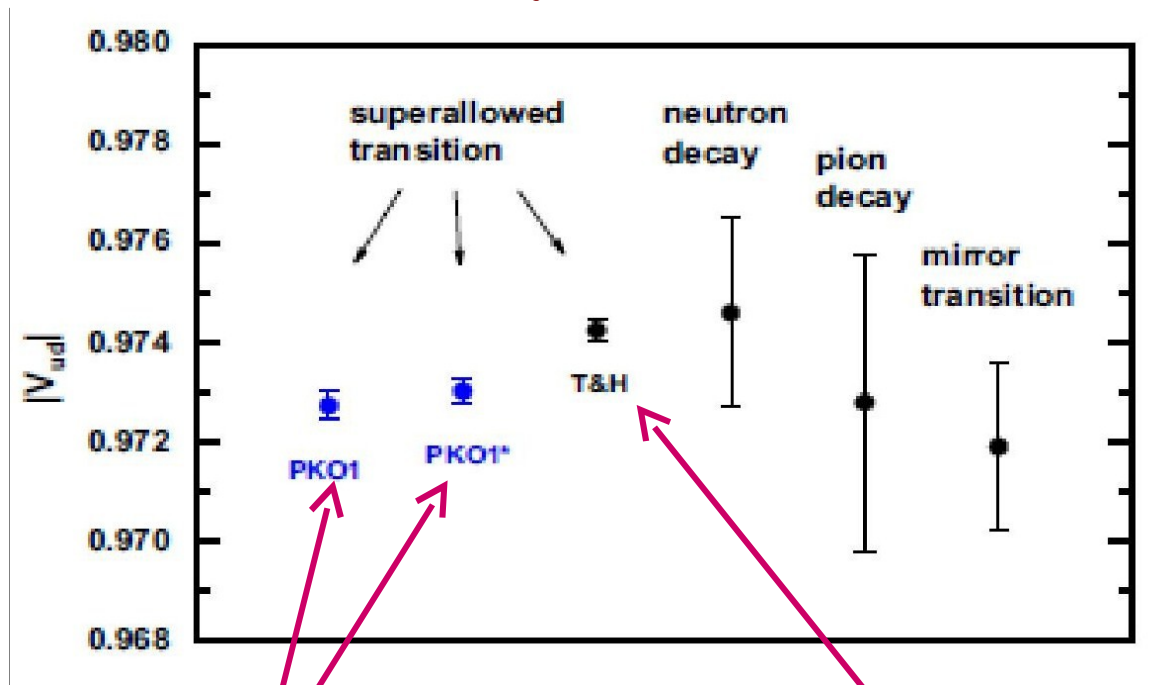
$$|V_{ud}|^2 + |V_{us}|^2 + |V_{ub}|^2 = 0.9996(7)$$

0.9491(4)

0.0504(6)

< 0.0001

Zależność wyników od modelu



Liang & Gai & Meng
Phys. Rev. C79, 064316 (2009)

spherical RPA
Coulomb exchange treated in the
Slater approximation

Hardy & Towner
Phys. Rev. C77, 025501 (2008)

Mean field
radial mismatch
of the wave functions

Shell model
configuration
mixing

Miller & Schwenk
arXiv:0910.2790

Wartości δ_C

	14O	26Al	42Sc
Hardy i Towner	0.33	0.31	0.665
Liang <i>at al</i>	0.181	0.172	0.377
Wstępne wyniki	0.29	0.494	0.744

↖ Duża deformacja

Podsumowanie

- Symetria izospinowa w jądrach atomowych jest z dużą dokładnością zachowana
- Mieszanie izospinowe rośnie z masą jądra,
- Obserwujemy zanik mieszania ze wzrostem $|T_z|$,
- Energia HF (przed rzutowaniem) jest prawie dobra: leży zaledwie ~ 90 keV powyżej energii uzyskanej po rediagonalizacji,
- Wyniki silnie zależą od wybranej parametryzacji siły Skyrma,
- Rzutowanie na izospin jest niezbędne przy opisie stanów podstawowych jąder odd-odd $N=Z$. Nie jest ono jednak wystarczające!
- Przywrócenie symetrii izospinowej usuwa niezgodności z doświadczeniem wyników uzyskanych w superzdeformowanych pasmach w ^{56}Ni ,
- Rzutowanie na izospin jest potrzebne również przy badaniu stanów krańcowych,
- Pod warunkiem wytłumaczenia zależności zmieszania od parametrzacji siły Skyrma, oraz sprzęgnięcia rzutowania na izospin i na spin, wydaje się możliwe testowanie modelu standardowego z poziomu fizyki jądrowej.

Podsumowanie

- Symetria izospinowa w jądrach atomowych jest z dużą dokładnością zachowana
- Mieszanie izospinowe rośnie z masą jądra,
- Obserwujemy zanik mieszania ze wzrostem $|T_z|$,
- Energia HF (przed rzutowaniem) jest prawie dobra: leży zaledwie ~ 90 keV powyżej energii uzyskanej po rediagonalizacji,
- Wyniki silnie zależą od wybranej parametryzacji siły Skyrma,
- Rzutowanie na izospin jest niezbędne przy opisie stanów podstawowych jąder odd-odd $N=Z$. Nie jest ono jednak wystarczające!
- Przywrócenie symetrii izospinowej usuwa niezgodności z doświadczeniem wyników uzyskanych w superzdeformowanych pasmach w ^{56}Ni ,
- Rzutowanie na izospin jest potrzebne również przy badaniu stanów krańcowych,
- Pod warunkiem wytłumaczenia zależności zmieszania od parametrzacji siły Skyrma, oraz sprzęgnięcia rzutowania na izospin i na spin, wydaje się możliwe testowanie modelu standardowego z poziomu fizyki jądrowej.

Dziękuję z uwagą !